

C. ĐÁP SỐ – HƯỚNG DẪN – LỜI GIẢI

§1. LUYỆN THỪA VỚI SỐ MŨ HỮU TỈ

2.1. $5 ; 144 ; \frac{7}{3} ; \frac{27}{15625} ; \frac{1}{6} ; 24.$

2.2. $10^2 ; 10^{-4} ; 10^{15}.$

2.3. a) $x = 0$; b) $x \leq 0$; c) mọi x ; d) mọi x .

2.4. a) *Hướng dẫn*

1) và 2) : Luyện thừa bậc n hai vế.

3) và 4) : Luyện thừa bậc nk hai vế.

5) Sử dụng 1) khi $a = b$ và quy nạp theo k .

b) *Giải*. Do $0 \leq a < b$ nên $\sqrt[n]{a} \geq 0, \sqrt[n]{b} > 0$.

Giả sử $\sqrt[n]{a} \geq \sqrt[n]{b}$, suy ra $(\sqrt[n]{a})^n \geq (\sqrt[n]{b})^n$ vì $n > 0$, hay $a \geq b$. Điều này mâu thuẫn với giả thiết $a < b$.

Vậy $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$.

2.5. a) 2 ; b) $\frac{3}{2}$; c) $\sqrt[5]{3}$; d) 8.

2.6. a) $\sqrt[3]{-0,4} > \sqrt[5]{-0,3}$; b) $\sqrt[5]{-5} > \sqrt[3]{-3}$;
c) $\sqrt[3]{-2} > \sqrt[5]{-4}$; d) $\sqrt[3]{-5} < \sqrt[5]{-3}$.

Hướng dẫn. Xét luyện thừa bậc 15 của hai số $\sqrt[3]{|a|}$ và $\sqrt[5]{|b|}$. Sau đó sử dụng tính chất b) bài 2.4.

2.7. a) $2a$; b) $3a$;
c) 0 ; d) $-2a$.

2.8. a) bằng 0 nếu $x \geq 0$; bằng $-2xy^2$ nếu $x < 0$; b) ab ;
c) \sqrt{a} ; d) $\frac{-\sqrt{2}}{2m}$.

2.9. a) $-2\frac{26}{27}$;

b) $6\frac{15}{16}$;

c) 12 ;

d) 10.

2.10. a) không có nghĩa ;

b) có nghĩa ;

c) có nghĩa ;

d) không có nghĩa.

2.11. a) $x > -2$;

b) $x > 0$;

c) $x > 0$;

d) $x > 3$.

2.12. a) $x > 0$;

b) $x < 0$;

c) $x = \pm 1$;

d) Không có giá trị nào của x .

2.13. a) $2\frac{-16}{7}a\frac{1}{7}x\frac{3}{7}$;

b) $a^{\frac{7}{4}}$;

c) $b^{\frac{5}{8}}$;

d) $3^{-\frac{1}{4}}.a^{\frac{1}{12}}$.

2.14. *Hướng dẫn.* Biến đổi vế trái thành vế phải và áp dụng hằng đẳng thức :

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2.$$

2.15. a) $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt[3]{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt{2}}{\sqrt[3]{9} - 2}$

$$= \frac{(\sqrt[3]{3} - \sqrt{2})(\sqrt[3]{9}^2 + 2\sqrt[3]{9} + 4)}{(\sqrt[3]{9})^3 - 2^3} = \frac{(\sqrt[3]{3} - \sqrt{2})(3\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{9} + 4)}{1}.$$

b) $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - 5} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})}{12}.$

2.16. Đặt $x = \sqrt[3]{6 + \sqrt{\frac{847}{27}}} + \sqrt[3]{6 - \sqrt{\frac{847}{27}}}$. Khi đó

$$x^3 = 12 + 3\sqrt[3]{36 - \frac{847}{27}}x \Leftrightarrow x^3 = 12 + 3 \cdot \frac{5}{3}x \Leftrightarrow x^3 - 5x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x^2 + 3x + 4) = 0 \quad (1)$$

Ta có $x^2 + 3x + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x = 3$.

2.17. a) 1 ; b) 3.