

B. ĐỀ BÀI

§1. TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

1.1. $A(-1 ; 1)$ và $B(2 ; 4)$ là hai điểm của parabol $y = x^2$.

Xác định điểm C thuộc parabol sao cho tiếp tuyến tại C với parabol song song với đường thẳng AB .

1.2. Xét chiều biến thiên của các hàm số sau :

a) $y = \frac{1}{x} - \frac{1}{x-2}$;

b) $y = \frac{3x}{x^2 + 1}$;

c) $y = \frac{x+1}{3\sqrt[3]{x}}$;

d) $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3}$.

1.3. Xét chiều biến thiên của các hàm số sau :

a) $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3 - x + 5$;

b) $f(x) = \frac{3}{4}x^4 - 2x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x + 11$;

c) $f(x) = x^3 - \frac{4}{5}x^5 + 8$;

d) $f(x) = 9x^7 - 7x^6 + \frac{7}{5}x^5 + 12$.

1.4. Chứng minh rằng

a) Hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ nghịch biến trên đoạn $[1 ; 2]$;

b) Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 9}$ đồng biến trên nửa khoảng $[3 ; +\infty)$;

c) Hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ nghịch biến trên mỗi nửa khoảng $[-2 ; 0)$ và $(0 ; 2]$.

1.5. Chứng minh rằng

- a) Hàm số $y = \frac{3-x}{2x+1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó ;
- b) Hàm số $y = \frac{2x^2+3x}{2x+1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó ;
- c) Hàm số $y = -x + \sqrt{x^2 + 8}$ nghịch biến trên \mathbb{R} .

1.6. Chứng minh rằng hàm số $f(x) = x + \cos^2 x$ đồng biến trên \mathbb{R} .

1.7. Với các giá trị nào của m , hàm số

$$y = x + 2 + \frac{m}{x-1}$$

đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó ?

1.8. Với các giá trị nào của a , hàm số

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + (2a+1)x - 3a + 2$$

nghịch biến trên \mathbb{R} ?

1.9. Cho hàm số $f(x) = 2 - \sin^2 x - \sin^2(a+x) - 2\cos a \cos x \cos(a+x)$.

- a) Tìm đạo hàm của hàm số f .
- b) Từ a) suy ra rằng hàm số f lấy giá trị không đổi trên \mathbb{R} và tính giá trị không đổi đó.

1.10. Cho hàm số $f: \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow \mathbb{R}$ xác định bởi

$$f(x) = \cos x + \sin x \tan \frac{x}{2}.$$

- a) Tìm đạo hàm của hàm số f .
- b) Từ a) suy ra rằng f là một hàm hằng trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$ và tìm hằng số.

1.11. Cho hàm số $f(x) = 2x^2\sqrt{x-2}$.

- Chứng minh rằng hàm số f đồng biến trên nửa khoảng $[2; +\infty)$.
- Chứng minh rằng phương trình $2x^2\sqrt{x-2} = 11$ có một nghiệm duy nhất.

1.12. Cho hàm số $f(x) = \sin^2 x + \cos x$.

- Chứng minh rằng hàm số đồng biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ và nghịch biến trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3}; \pi\right]$.

- Chứng minh rằng với mọi $m \in (-1; 1)$, phương trình

$$\sin^2 x + \cos x = m$$

có một nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[0; \pi]$.

1.13. Cho hàm số

$$f(x) = 2\sin x + \tan x - 3x.$$

- Chứng minh rằng hàm số đồng biến trên nửa khoảng $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$.
- Chứng minh rằng

$$2\sin x + \tan x > 3x \text{ với mọi } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right).$$

1.14. a) Chứng minh rằng hàm số $f(x) = \tan x - x$ đồng biến trên nửa khoảng $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$.

- b) Chứng minh rằng

$$\tan x > x + \frac{x^3}{3} \text{ với mọi } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right).$$

1.15. Cho hàm số $f(x) = \frac{4}{\pi}x - \tan x$, $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

- Xét chiều biến thiên của hàm số trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

- Từ đó suy ra rằng

$$\tan x \leq \frac{4}{\pi}x \text{ với mọi } x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right].$$