

§3. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

1.21. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của các hàm số sau :

a) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ trên đoạn $[-4 ; 4]$;

b) $f(x) = x^3 + 5x - 4$ trên đoạn $[-3 ; 1]$;

c) $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$ trên đoạn $[-1 ; 3]$;

d) $f(x) = \frac{x}{x+2}$ trên nửa khoảng $(-2 ; 4]$;

e) $f(x) = x + 2 + \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1 ; +\infty)$;

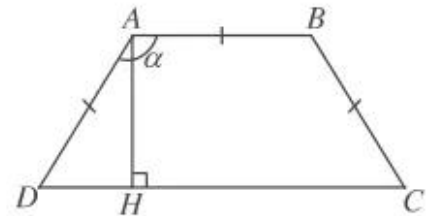
f) $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$.

1.22. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của các hàm số sau :

a) $y = \cos^3 x - 6\cos^2 x + 9\cos x + 5$;

b) $y = \sin^3 x - \cos 2x + \sin x + 2$.

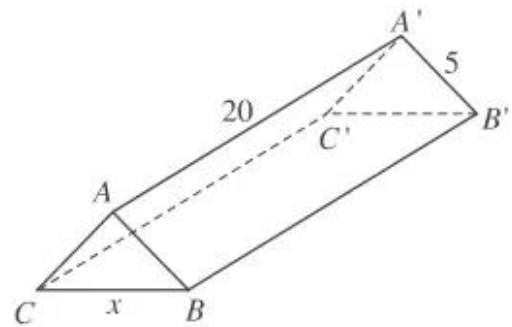
1.23. Hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ AB và hai cạnh bên đều dài 1m. Tính góc $\alpha = \widehat{DAB} = \widehat{CBA}$ sao cho hình thang có diện tích lớn nhất và tính diện tích lớn nhất đó (h.1.1).



Hình 1.1

1.24. Trong các tam giác vuông mà cạnh huyền có độ dài bằng 10cm, hãy xác định tam giác có diện tích lớn nhất.

1.25. Một hành lang giữa hai nhà có hình dạng của một lăng trụ đứng (h.1.2). Hai mặt bên $ABB'A'$ và $ACC'A'$ là hai tấm kính hình chữ nhật dài 20m, rộng 5m.



Hình 1.2

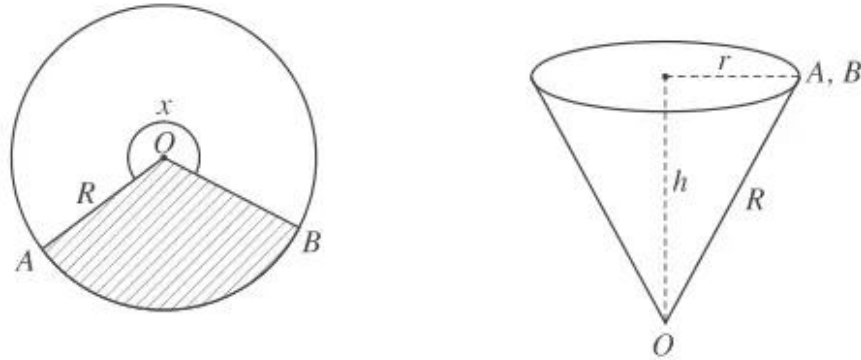
Gọi x (mét) là độ dài của cạnh BC .

a) Tính thể tích V của hình lăng trụ theo x .

b) Tìm x sao cho hình lăng trụ có thể tích lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

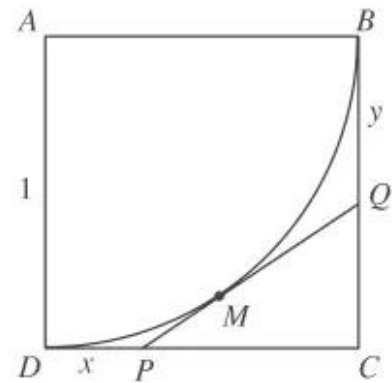
1.26. Cắt bỏ hình quạt tròn AOB (hình phẳng có nét gạch trong hình 1.3) từ một mảnh các tông hình tròn bán kính R rồi dán hai bán kính OA và OB của hình quạt tròn còn lại với nhau để được một cái phễu có dạng của một hình nón. Gọi x là góc ở tâm của quạt tròn dùng làm phễu (h.1.3), $0 < x < 2\pi$.

- a) Hãy biểu diễn bán kính r của hình tròn đáy và đường cao h của hình nón theo R và x .
- b) Tính thể tích hình nón theo R và x .
- c) Tìm x để hình nón có thể tích lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.



Hình 1.3

- 1.27.** Cho hình vuông $ABCD$ với cạnh có độ dài bằng 1 và cung \widehat{BD} là một phần tư đường tròn tâm A , bán kính AB chứa trong hình vuông (h.1.4). Tiếp tuyến tại điểm M của cung \widehat{BD} cắt đoạn thẳng CD tại điểm P và cắt đoạn thẳng BC tại điểm Q .



Hình 1.4

Đặt $x = DP$ và $y = BQ$.

- a) Chứng minh rằng

$$PQ^2 = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 \text{ và}$$

$$PQ = x + y.$$

Từ đó tính y theo x .

- b) Tính PQ theo x và tìm x để PQ có độ dài nhỏ nhất.

- 1.28.** Thể tích V của 1kg nước ở nhiệt độ T (T nằm giữa 0° và 30°C) được cho bởi công thức

$$V = 999,87 - 0,06426T + 0,0085043T^2 - 0,0000679T^3(\text{cm}^3).$$

Ở nhiệt độ nào nước có khối lượng riêng lớn nhất ?

1.29. Lưu lượng xe ô tô vào đường hầm được cho bởi công thức

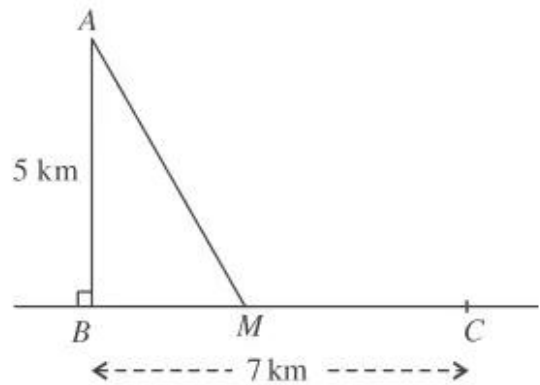
$$f(v) = \frac{290,4v}{0,36v^2 + 13,2v + 264} \text{ (xe/giây),}$$

trong đó v (km/h) là vận tốc trung bình của các xe khi vào đường hầm.

Tính vận tốc trung bình của các xe khi vào đường hầm sao cho lưu lượng xe là lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

1.30. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5\text{km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7km . Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 4km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 6km/h (h.1.5).

Xác định vị trí của điểm M để người đó đến kho nhanh nhất.



Hình 1.5