

§5, §6. HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LÔGARIT VÀ HÀM SỐ LUỸ THỪA

2.66. Trong các hàm số sau đây, hãy chỉ ra hàm số nào đồng biến, hàm số nào nghịch biến trên tập xác định của nó ?

- a) $y = \left(\frac{e}{2}\right)^x$; b) $y = \left(\frac{4}{\sqrt{5} + \sqrt{4}}\right)^x$;
 c) $y = 2^{-x} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{5}}\right)^x$; d) $y = (\sqrt{11} - \sqrt{10})^x \cdot (\sqrt{11} + \sqrt{10})^x$.

2.67. Tìm các giới hạn sau :

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{x}$; b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{3x}}{5x}$;
 c) $\lim_{x \rightarrow 5} (2^x - 3^x)$; d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x e^{\frac{1}{x}} - x \right)$.

2.68. Tìm đạo hàm của mỗi hàm số sau :

- a) $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$; b) $y = (\sin x - \cos x)e^{2x}$;
 c) $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$; d) $y = 2^x - \sqrt{e^x}$.

2.69. Cho số n nguyên dương.

- a) Tính $f^{(n)}(x)$, biết rằng $f(x) = a^x$ ($a > 0$ và $a \neq 1$) ;
 b) Tính $f^{(n)}(x)$, biết rằng $f(x) = e^{3x}$; $f(x) = e^{kx}$ (k là hằng số) ;
 c) Tính $f^{(2005)}(x)$, biết rằng $f(x) = e^x + e^{-x}$.

2.70. Vẽ đồ thị các hàm số sau :

- a) $y = 3^x$; b) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$;
 c) $y = -3^x$; d) $y = 3^{|x|}$.

2.71. Cho $0 < a < 1$. Với giá trị nào của x thì đồ thị của hàm số $y = a^x$

- a) Nằm ở phía trên đường thẳng $y = a$?
- b) Nằm ở phía dưới đường thẳng $y = a$?

2.72. Cũng câu hỏi tương tự như bài tập 2.71 với điều kiện $a > 1$.

2.73. Có thể nói gì về cơ số a , biết rằng :

a) $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{2}{3}}$; b) $a^{\frac{5}{4}} > a^{\frac{7}{8}}$.

2.74. Tính các giới hạn sau :

a) $\lim_{x \rightarrow 9} \log_3 x$; b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(4x+1)}{x}$;
c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3x+1) - \ln(2x+1)}{x}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{\sin 2x}$.

Hướng dẫn d). Vận dụng công thức $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

2.75. Tìm đạo hàm của mỗi hàm số sau :

a) $y = \ln(x^2 + 1)$; b) $y = \frac{\ln x}{x}$;
c) $y = (1 + \ln x)\ln x$; d) $y = x^2 \ln \sqrt{x^2 + 1}$.

2.76. Cho số n nguyên dương.

- a) Tìm $f^{(n)}(x)$, biết rằng $f(x) = \ln x$;
- b) Tìm $f^{(n)}(x)$, biết rằng $f(x) = x \ln x$.

2.77. Trong các hàm số sau đây, hãy chỉ ra hàm số nào đồng biến, hàm số nào nghịch biến trên tập xác định của nó.

a) $y = \log_{\sqrt{3}} x$; b) $y = \log_{\frac{1}{3}} x$;
c) $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$; d) $y = \log_a x$ với $a = \frac{1}{5(\sqrt{6} - \sqrt{5})}$.

2.78. Vẽ đồ thị của các hàm số sau :

- a) $y = \log_2 x$; b) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$;
c) $y = |\log_2 x|$; d) $y = \log_2(x+1)$.

2.79. Tính giá trị gần đúng của đạo hàm của mỗi hàm số sau tại điểm đã chỉ ra (chính xác đến hàng phần nghìn) :

- a) $y = \log_2 \cos x$ tại $x = \frac{\pi}{6}$;
b) $y = \frac{3^x}{x^5}$ tại $x = 1$;
c) $y = \log_x 2$ tại $x = 5$.

2.80. Chứng minh rằng đồ thị của hai hàm số $y = a^x$ và $y = -\log_a(-x)$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = -x$.

2.81. Với giá trị nào của x thì đồ thị của hàm số $y = \log_2 x$

- a) Nằm ở phía trên đường thẳng $y = 2$?
b) Nằm ở phía dưới đường thẳng $y = 1$?

2.82. Với giá trị nào của x thì đồ thị của hàm số $y = (0,5)^x$

- a) Nằm ở phía trên đường thẳng $y = 4$?
b) Nằm ở phía dưới đường thẳng $y = \frac{1}{4}$?

2.83. Tìm đạo hàm của các hàm số sau :

- a) $y = (3x+1)^e$; b) $y = \sqrt[3]{x}$;
c) $y = \sqrt[3]{\ln^2 2x}$; d) $y = \sqrt[3]{\sqrt{\cos x}}$.

2.84. Vẽ đồ thị của các hàm số sau :

- a) $y = x^3$; b) $y = x^4$; c) $y = \sqrt{x}$.

2.85. a) Chứng minh rằng hàm số $y = \frac{2^x - 2^{-x}}{3}$ đồng biến trên \mathbb{R} .

b) Chứng minh rằng hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x - \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$ nghịch biến trên tập các số thực dương.

2.86. Tìm các giới hạn sau :

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x+3} - e^3}{2x} ;$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sqrt{x+1} - 1} ;$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^3)}{2x} ;$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{\tan x} .$