

§6. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA MỘT SỐ HÀM ĐA THỨC

1.44. a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (\mathcal{C}) của hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2.$$

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (\mathcal{C}) tại điểm uốn của nó.

1.45. a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (\mathcal{C}) của hàm số

$$y = x^3 - 6x^2 + 9x.$$

b) Chứng minh rằng điểm uốn của đường cong (\mathcal{C}) là tâm đối xứng của nó.

c) Với các giá trị nào của m , đường thẳng $y = m$ cắt (\mathcal{C}) tại ba điểm phân biệt ?

1.46. a) Tìm các hệ số a, b, c sao cho đồ thị của hàm số

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2 và tiếp xúc với đường thẳng $y = 1$ tại điểm có hoành độ là -1 .

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số với các giá trị vừa tìm được của a, b, c .

1.47. a) Tìm các hệ số m, n sao cho hàm số

$$y = -x^3 + mx + n$$

đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$ và đồ thị của nó đi qua điểm $(1 ; 4)$.

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số với các giá trị của m, n vừa tìm được.

1.48. a) Tìm các hệ số m, n, p sao cho hàm số

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + nx + p$$

đạt cực đại tại điểm $x = 3$ và đồ thị (\mathcal{C}) của nó tiếp xúc với đường thẳng $y = 3x - \frac{1}{3}$ tại giao điểm của (\mathcal{C}) với trục tung.

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số với các giá trị vừa tìm được của m, n, p .

1.49. a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số

$$y = -x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 6x - 3.$$

b) Chứng minh rằng phương trình

$$-x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 6x - 3 = 0$$

có ba nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm dương nhỏ hơn $\frac{1}{2}$.

1.50. a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số

$$y = x^4 - 2x^2 + 3.$$

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại mỗi điểm uốn của nó.

1.51. a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (\mathcal{C}) của hàm số

$$y = -x^4 + 2x^2 + 2.$$

b) Chứng minh rằng với mọi $m < 2$, phương trình

$$-x^4 + 2x^2 + 2 - m = 0$$

có hai nghiệm.

c) Từ đồ thị (\mathcal{C}) của hàm số đã cho suy ra cách vẽ đồ thị của hàm số

$$y = \left| -x^4 + 2x^2 + 2 \right|.$$

1.52. a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số

$$y = x^4 + x^2 - 3.$$

b) Chứng minh rằng đường thẳng $y = -6x - 7$ tiếp xúc với đồ thị của hàm số đã cho tại điểm có hoành độ bằng -1 .