

§7. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA MỘT SỐ HÀM PHÂN THỨC HỮU TỈ

1.54. b) Với mọi giá trị của m , đường thẳng $y = m(x + 1) - 4$ luôn đi qua điểm $(-1; -4)$ thuộc (\mathcal{H}) .

1.56. a) *Giai.* Ta viết hàm số đã cho dưới dạng

$$y = mx - 1 + \frac{1}{x+2}.$$

Khi đó

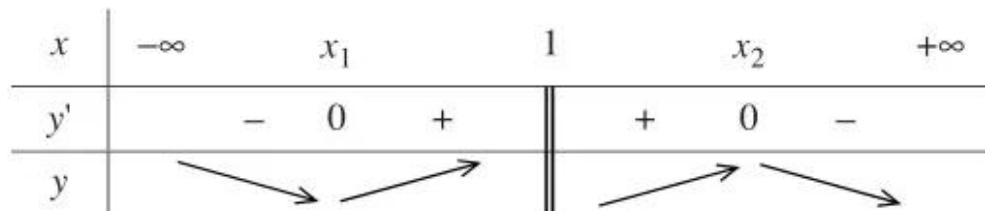
$$y' = m - \frac{1}{(x+2)^2} = \frac{mx^2 + 4mx + 4m - 1}{(x+2)^2}.$$

Với $m > 0$, phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

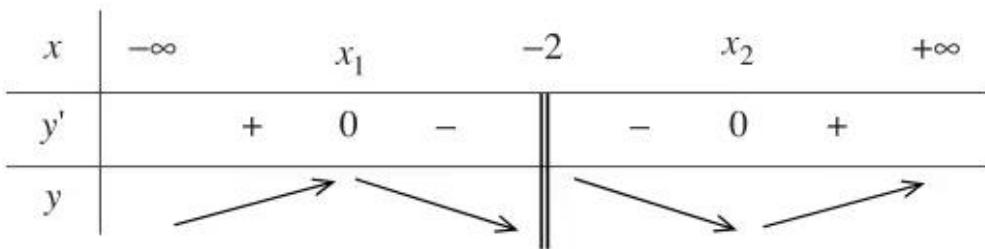
$$x_1 = -2 - \frac{1}{\sqrt{m}} ; x_2 = -2 + \frac{1}{\sqrt{m}}.$$

53

- Để thấy nếu $2m - 1 > 0$ hay $m > \frac{1}{2}$ thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < 1 < x_2$.



Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(x_1; 1)$ và $(1; x_2)$. Trong trường hợp này, các giá trị của m không thoả mãn điều kiện đòi hỏi.



Hàm số đạt cực đại tại điểm x_1 và đạt cực tiểu tại điểm x_2 .

1.57. b) $y = \left(1 + \frac{1}{x_0^2}\right)x - \frac{2}{x_0}.$

c) *Hướng dẫn.* Hoành độ của điểm B là nghiệm của phương trình

$$\left(1 + \frac{1}{x_0^2}\right)x - \frac{2}{x_0} = x, \text{ suy ra } x_B = 2x_0.$$

Vì $x_A + x_B = 0 + 2x_0 = 2x_M$, và ba điểm A, M, B thẳng hàng nên M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Dễ thấy

$$y_A = -\frac{2}{x_0}.$$

Diện tích tam giác OAB là

$$S = \frac{1}{2}|y_A| |x_B| = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{|x_0|} \cdot 2|x_0| = 2.$$

1.58. a) $m \leq \frac{1}{2}.$

Hướng dẫn. Ta viết hàm số đã cho dưới dạng

$$y = -2x + m + \frac{1-2m}{x-1}.$$

Khi đó $y' = -2 + \frac{2m-1}{(x-1)^2}.$

- Nếu $2m-1 \leq 0$ hay $m \leq \frac{1}{2}$ thì $y' < 0$ với mọi $x \neq 1$. Do đó hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty ; 1)$ và $(1 ; +\infty)$.