ÔN TẬP CHƯƠNG I

1.69. (C) ; **1.70.** (D) ; **1.71.** (B) ; **1.72.** (A).

1.73. (D) ; **1.74.** (C) ; **1.75.** (A) ; **1.76.** (C).

1.78. b) $x = 4a$.

Hướng dẫn. a) Ta có $HN = x\cot\alpha$; $MN = 2x\cot\alpha$. Thể tích hình chóp là

$$V = \frac{1}{3}MN^2.SH = \frac{4}{3}x^3\cot^2\alpha.$$

Ta tính $\cot^2\alpha$ theo a và x. Từ đẳng thức $SH = OH + OS$ ta có $x = a + \dfrac{a}{\cos\alpha}$; do đó $\cos\alpha = \dfrac{a}{x-a}$,

$$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = 1 - \frac{a^2}{(x-a)^2} = \frac{x^2 - 2ax}{(x-a)^2},$$

$$\cot^2\alpha = \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{a^2}{x(x-2a)}.$$

Từ đó suy ra công thức cần chứng minh.

b) Chú ý rằng V xác định với $x > 2a$.

1.79. Độ dài cạnh hình vuông là $x = \dfrac{60}{\pi + 4}$ (cm).

Đoạn dây được uốn thành hình vuông có độ dài là $\dfrac{240}{\pi + 4} \approx 33,6$ (cm).

Bán kính đường tròn là $r = \dfrac{30}{\pi + 4}$ (cm).

Đoạn dây được uốn thành vòng tròn có độ dài là $\dfrac{60\pi}{\pi + 4} \approx 26,4$ (cm).

Hướng dẫn. Gọi x là độ dài cạnh hình vuông và r là bán kính hình tròn. Ta có

$$4x + 2\pi r = 60.$$

Từ đó $x = \frac{1}{2}(30 - \pi r),\ 0 < r < \frac{30}{\pi}$.

Tổng diện tích hình vuông và hình tròn là

$$S = \pi r^2 + x^2 = \pi r^2 + \frac{1}{4}(30 - \pi r)^2.$$

Dễ thấy S đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $r = \frac{30}{\pi + 4}$.

1.80. 2 250 000 đồng/tháng ; 45 căn hộ.

1.81. a) $m \geq 1$; b) $m = 2$.

Hướng dẫn. a) $y' = x^2 + 2(m-1)x + 2m - 3$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \ ;\ x = 3 - 2m.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1 ; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$3 - 2m \leq 1.$$

b) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $3 - 2m = -1$.

1.82. a) A(2 ; 3) ; b) $m < 0$ hoặc $m > \frac{4}{9}$ và $m \neq \frac{9}{8}$.

Hướng dẫn. a) Đường thẳng $y = 2m(x-2) + 3$ luôn đi qua điểm cố định A(2 ; 3).

Vì $f(2) = 2^3 - 3m.2^2 + 3(2m-1).2 + 1 = 3$ với mọi m nên điểm A thuộc $(\mathscr{C}_m)$ với mọi m.

b) Hoành độ giao điểm của đường thẳng và đường cong $(\mathscr{C}_m)$ là nghiệm của phương trình

$$x^3 - 3mx^2 + 3(2m-1)x + 1 = 2m(x-2) + 3$$

$\Leftrightarrow x^3 - 3mx^2 + 3(2m-1)x - 2 - 2m(x-2) = 0$

$\Leftrightarrow (x-2)\left[x^2 - (3m-2)x + 1 - 2m\right] = 0.$

1.83. a) A(1 ; –4) ; b) $y = -x - 3$.

Hướng dẫn. b) $y' = 3x^2 + 2(m-1)x - 2(m+1)$.

$$y'(1) = -1 \text{ với mọi } m \in \mathbb{R}.$$

Do đó các đường cong $(\mathscr{C}_m)$ tiếp xúc với nhau tại điểm $A(1 ; -4)$.

1.84. c) $0 < m < \frac{1}{2}$.

1.85. b) *Giải*. Ta có $y' = -4x^3 - 4x$.

Hoành độ tiếp điểm của đường thẳng và đường cong $(\mathscr{C})$ là nghiệm của phương trình

$$-4x^3 - 4x = 8$$

$$\Leftrightarrow x^3 + x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x^2 - x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

$M(-1 ; 0)$ là tiếp điểm của đường thẳng và $(\mathscr{C})$. Vì điểm M nằm trên đường thẳng nên

$$8(-1) + m = 0 \Leftrightarrow m = 8.$$

1.86. *Giải*. b) Vì $|a+b| \le |a| + |b|$ với mọi $a, b \in \mathbb{R}$ nên từ a) suy ra

$$f(|a+b|) \le f(|a|+|b|),$$

hay

$$\frac{|a+b|}{1+|a+b|} \le \frac{|a|+|b|}{1+|a|+|b|} = \frac{|a|}{1+|a|+|b|} + \frac{|b|}{1+|a|+|b|} \le \frac{|a|}{1+|a|} + \frac{|b|}{1+|b|}.$$

1.87. b) Tiếp điểm : $A(-1\ ;\ 3)$. Phương trình tiếp tuyến chung : $y = -2x + 1$.

c) Trên mỗi khoảng $(-\infty\ ;\ -2)$ và $(0\ ;\ +\infty)$, $(\mathcal{P})$ nằm phía trên $(\mathcal{H})$; trên khoảng $(-2\ ;\ 0)$, $(\mathcal{P})$ nằm phía dưới $(\mathcal{H})$.

1.88. *Giải.* b) Hoành độ giao điểm của đường thẳng và đường cong $(\mathcal{H})$ là nghiệm của phương trình

$$mx - 3m = \frac{x-2}{x-1}$$

$$\Leftrightarrow (mx - 3m)(x-1) = x - 2$$

$$\Leftrightarrow f(x) = mx^2 - (4m+1)x + 3m + 2 = 0. \qquad (1)$$

Vì với mọi $m \neq 0$,

$$\Delta = (4m+1)^2 - 4m(3m+2) = 4m^2 + 1 > 0$$

nên phương trình trên có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 2 + \dfrac{1-\sqrt{4m^2+1}}{2m}$ và $x_2 = 2 + \dfrac{1+\sqrt{4m^2+1}}{2m}$. Do đó, với mọi $m \neq 0$, đường thẳng cắt đường cong $(\mathcal{H})$ tại hai điểm phân biệt.

- Nếu $m < 0$ thì $x_1 > 2$ vì $\dfrac{1-\sqrt{4m^2+1}}{2m} > 0$.
- Nếu $m > 0$ thì $x_2 > 2$ vì $\dfrac{1+\sqrt{4m^2+1}}{2m} > 0$.

1.89. b) Với mọi $m \in \mathbb{R}$, đường thẳng đã cho đều cắt $(\mathscr{C})$ tại hai điểm phân biệt A và B.

c) Tập hợp trung điểm M của đoạn thẳng AB khi m thay đổi là đường thẳng $y = 3x - 4$.

1.90. a) $m = 1$.

1.91. b) *Giải.* Đường thẳng $y = m(x+1)+3$ có hệ số góc m, đi qua điểm $I(-1\ ;\ 3)$; I nằm trên tiệm cận đứng $x = -1$ của $(\mathscr{C})$.

• Với $m < 0$ đường thẳng không cắt đường cong $(\mathscr{C})$.

• Với $m = 0$ đường thẳng tiếp xúc với $(\mathscr{C})$ tại điểm $(0\ ;\ 3)$.

• Với $0 < m < 2$ đường thẳng cắt $(\mathscr{C})$ tại hai điểm (cả hai giao điểm đều thuộc nhánh phải của $(\mathscr{C})$).

• Với $m = 2$, đường thẳng song song với tiệm cận xiên của $(\mathscr{C})$; đường thẳng cắt $(\mathscr{C})$ tại một điểm.

• Với $m > 2$, đường thẳng cắt $(\mathscr{C})$ tại hai điểm thuộc hai nhánh của $(\mathscr{C})$.