

## ÔN TẬP CHƯƠNG I

## A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Trong mỗi bài tập từ 1.69 đến 1.76, hãy chọn một phương án trong bốn phương án đã cho để được khẳng định đúng.

- 1.69.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = -4\sqrt{3-x}$  là

- (A) 3 ; (B) -3 ;  
 (C) 0 ; (D) -4.

- 1.70.** Cho hàm số  $f$  có đạo hàm là

$$f'(x) = x(x+1)^2(x-2)^4 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}.$$

Số điểm cực tiểu của hàm số  $f$  là

- (A) 0 ; (B) 2 ;  
(C) 3 ; (D) 1.

- 1.71.** Đường thẳng  $y = 3x + m$  là tiếp tuyến của đường cong  $y = x^3 + 2$  khi  $m$  bằng  
 (A) 1 hoặc -1 ; (B) 4 hoặc 0 ;  
 (C) 2 hoặc -2 ; (D) 3 hoặc -3.

**1.72.** Tiếp tuyến của parabol  $y = 4 - x^2$  tại điểm  $(1 ; 3)$  tạo với hai trục tọa độ  
 một tam giác vuông. Diện tích tam giác vuông đó là  
 (A)  $\frac{25}{4}$  ; (B)  $\frac{5}{4}$  ;  
 (C)  $\frac{25}{2}$  ; (D)  $\frac{5}{2}$ .

**1.73.** Đồ thị của hàm số  $y = \frac{9(x^2 + 1)(x + 1)}{3x^2 - 7x + 2}$   
 (A) Nhận đường thẳng  $x = 3$  làm tiệm cận đứng ;  
 (B) Nhận đường thẳng  $x = -2$  làm tiệm cận đứng ;  
 (C) Nhận đường thẳng  $y = 0$  làm tiệm cận ngang ;  
 (D) Nhận đường thẳng  $y = 3x + 10$  làm tiệm cận xiên.

**1.74.** Đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3x$  cắt  
 (A) Đường thẳng  $y = 3$  tại hai điểm ;  
 (B) Đường thẳng  $y = -4$  tại hai điểm ;  
 (C) Đường thẳng  $y = \frac{5}{3}$  tại ba điểm ;  
 (D) Trục hoành tại một điểm.

**1.75.** Hai tiếp tuyến của parabol  $y = x^2$  đi qua điểm  $(2 ; 3)$  có các hệ số góc là  
 (A) 2 và 6 ; (B) 1 và 4 ;  
 (C) 0 và 3 ; (D) -1 và 5.

**1.76.** Đường thẳng đi qua điểm  $(1 ; 3)$  và có hệ số góc  $k$  cắt trục hoành tại điểm  
 A và trục tung tại điểm B (hoành độ của điểm A và tung độ của điểm B là  
 những số dương). Diện tích tam giác OAB là nhỏ nhất khi  $k$  bằng  
 (A) -1 ; (B) -2 ;  
 (C) -3 ; (D) -4.

## B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

**1.77.** Chứng minh rằng trong các hình hộp chữ nhật có đáy là một hình vuông và thể tích bằng 1000, hình lập phương có diện tích toàn phần nhỏ nhất.

**1.78.** Một hình chóp tứ giác đều ngoại tiếp hình cầu bán kính  $a$ .

a) Chứng minh rằng thể tích của hình chóp là

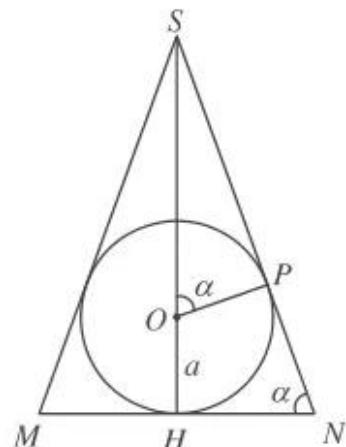
$$V = \frac{4a^2 x^2}{3(x - 2a)},$$

trong đó  $x$  là chiều cao của hình chóp.

b) Với giá trị nào của  $x$ , hình chóp có thể tích nhỏ nhất?

*Hướng dẫn* a) Mặt phẳng đi qua đường cao  $SH$  của hình chóp và trung điểm  $M$  của một cạnh đáy cắt hình chóp theo tam giác cân  $SMN$  và cắt hình cầu theo hình tròn tâm  $O$  bán kính  $a$  nội tiếp tam giác  $SMN$  (h.1.6).

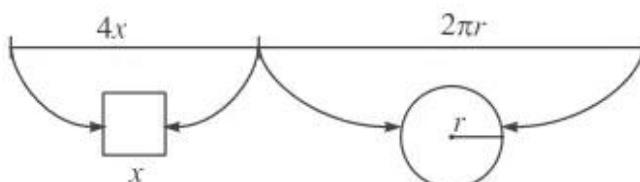
Có thể tính thể tích hình chóp theo  $x$  và  $\alpha = \widehat{SNH}$ . Sau đó sử dụng đẳng thức  $x = a + OS$  để tìm hệ thức giữa  $a$ ,  $x$  và  $\alpha$ .



Hình 1.6

**1.79.** Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất được uốn thành hình vuông, đoạn thứ hai được uốn thành vòng tròn (h.1.7).

Phải cắt sợi dây như thế nào để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất?



Hình 1.7

**1.80.** Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 000 000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100 000 đồng một tháng thì có thêm hai căn hộ bị bỏ trống.

Hỏi muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê mỗi căn hộ với giá bao nhiêu một tháng? Khi đó, có bao nhiêu căn hộ được cho thuê?

*Hướng dẫn.* Nếu tăng giá cho thuê mỗi căn hộ  $x$  (đồng/tháng) thì sẽ có  $\frac{2x}{100\,000}$  căn hộ bị bỏ trống.

Khi đó, số tiền công ti thu được là

$$S = (2\,000\,000 + x) \left( 50 - \frac{2x}{100\,000} \right) \text{ (đồng/tháng)}.$$

**1.81.** Cho hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (2m-3)x - \frac{2}{3}.$$

- a) Với các giá trị nào của  $m$ , hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$  ?
- b) Với các giá trị nào của  $m$ , hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  ?
- c) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số với  $m = 2$ .

**1.82.** Cho hàm số

$$f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(2m-1)x + 1.$$

- a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của  $m$ , đồ thị  $(C_m)$  của hàm số đã cho và đường thẳng  $y = 2mx - 4m + 3$  luôn có một điểm chung cố định.
- b) Tìm các giá trị của  $m$  sao cho đường thẳng đã cho và đường cong  $(C_m)$  cắt nhau tại ba điểm phân biệt.
- c) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho với  $m = 1$ .

**1.83.** Cho hàm số

$$y = x^3 + (m-1)x^2 - 2(m+1)x + m - 2.$$

- a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của  $m$ , đồ thị  $(C_m)$  của hàm số đã cho luôn đi qua một điểm cố định.
- b) Chứng minh rằng mọi đường cong  $(C_m)$  tiếp xúc với nhau tại một điểm. Viết phương trình tiếp tuyến chung của các đường cong  $(C_m)$  tại điểm đó.

**1.84.** a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  $(C)$  của hàm số

$$y = x^4 - 4x^2 + 3.$$

b) Từ đồ thị ( $\mathcal{C}$ ) suy ra cách vẽ đồ thị của hàm số

$$y = |x^4 - 4x^2 + 3|.$$

c) Tìm các giá trị của  $m$  sao cho phương trình

$$|x^4 - 4x^2 + 3| + 2m - 1 = 0$$

có 8 nghiệm phân biệt.

**1.85.** a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị ( $\mathcal{C}$ ) của hàm số

$$y = -x^4 - 2x^2 + 3.$$

b) Với các giá trị nào của  $m$ , đường thẳng  $y = 8x + m$  là tiếp tuyến của đường cong ( $\mathcal{C}$ ) ?

**1.86.** a) Chứng minh rằng hàm số  $y = \frac{x}{x+1}$  đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

b) Từ đó suy ra rằng

$$\frac{|a+b|}{1+|a+b|} \leq \frac{|a|}{1+|a|} + \frac{|b|}{1+|b|}, \text{ với mọi } a, b \in \mathbb{R}.$$

**1.87.** a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị ( $\mathcal{H}$ ) của hàm số

$$y = \frac{x+4}{x+2}.$$

b) Chứng minh rằng parabol ( $\mathcal{P}$ ) có phương trình  $y = x^2 + 2$  tiếp xúc với đường cong ( $\mathcal{H}$ ). Xác định tiếp điểm và viết phương trình tiếp tuyến chung của ( $\mathcal{H}$ ) và ( $\mathcal{C}$ ) tại điểm đó.

c) Xét vị trí tương đối của ( $\mathcal{P}$ ) và ( $\mathcal{H}$ ) (tức là xác định mỗi khoảng trên đó ( $\mathcal{P}$ ) nằm phía trên hay phía dưới ( $\mathcal{H}$ )).

**1.88.** Cho hàm số

$$y = \frac{x-2}{x-1}.$$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị ( $\mathcal{H}$ ) của hàm số đã cho.

b) Chứng minh rằng với mọi  $m \neq 0$ , đường thẳng  $y = mx - 3m$  cắt đường cong  $(\mathcal{H})$  tại hai điểm phân biệt, trong đó ít nhất một giao điểm có hoành độ lớn hơn 2.

**1.89.** a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  $(\mathcal{C})$  của hàm số

$$y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}.$$

b) Tìm các giá trị của  $m$  sao cho đường thẳng  $y = m - x$  cắt đường cong  $(\mathcal{C})$  tại hai điểm  $A$  và  $B$ .

c) Tìm tập hợp các trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB$  khi  $m$  thay đổi.

**1.90.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + m}{x - 1}$ ,  $m \neq -1$ .

a) Tìm  $m$  sao cho đồ thị  $(\mathcal{C}_m)$  của hàm số đã cho tiếp xúc với đường thẳng  $y = -x + 7$ .

b) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho với  $m = 1$ .

**1.91.** Cho hàm số  $y = \frac{2x^2 + 3x + 3}{x + 1}$ .

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  $(\mathcal{C})$  của hàm số đã cho.

b) Dựa vào đồ thị, hãy biện luận số giao điểm của đường thẳng  $y = m(x + 1) + 3$  và đường cong  $(\mathcal{C})$ , tùy theo các giá trị của  $m$ .