

ÔN TẬP CHƯƠNG III

A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

3.55. Chọn B.

3.56. Chọn C.

3.57. Chọn B.

3.58. Chọn C.

3.59. Chọn D.

3.60. Chọn B.

3.61. Chọn A.

3.62. Sai.

Hướng dẫn. Ta có

$$\int_{-2}^5 f(x)dx = 4 + 3 = 7 ; \int_{-2}^5 g(x)dx = 6 \text{ nên } \int_{-2}^5 f(x)dx > \int_{-2}^5 g(x)dx.$$

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

3.63. a) $\frac{1}{12}(x^4 - 1)^3 + C.$

Hướng dẫn. Đặt $u = x^4 - 1.$

b) $-6(1 - x^3)^{\frac{1}{2}} + C.$

Hướng dẫn. Đặt $u = 1 - x^3.$

c) $-\frac{6}{\tan^3 x + 2} + C.$

Hướng dẫn. Đặt $u = \tan^3 x + 2.$

d) $\frac{1}{3}[1 + \sin^2(x - 1)]^{\frac{3}{2}} + C.$

Hướng dẫn. Đặt $u = 1 + \sin^2(x - 1).$

3.64. a) $x^2 \sin x - 2 \sin x + 2x \cos x + C.$

Hướng dẫn. Đặt $u = x^2, v' = \cos x.$

b) $e^x(x^2 - 2x + 2) + C.$

Hướng dẫn. Đặt $u = x^2, v' = e^x.$

c) $e^x(x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + C.$

Hướng dẫn. Đặt $u = x^3, v' = e^x.$

d) $\frac{1}{2}e^{-x}(\sin x - \cos x) + C.$

Hướng dẫn. Đặt $u = \cos x, v' = e^{-x}.$ Khi xuất hiện $\int e^{-x} \sin x dx$ lại tiếp tục sử dụng phương pháp tích phân từng phần với $u = \sin x, v' = e^{-x}.$

e) $\frac{e^{2x}}{13}(3 \sin 3x + 2 \cos 3x) + C.$

3.65. a) $\frac{2}{7}e^{\sqrt{7x+4}}\sqrt{7x+4} - \frac{2}{7}e^{\sqrt{7x+4}} + C.$

Hướng dẫn. Đặt $u = \sqrt{7x+4}$. Suy ra $dx = \frac{2}{7}udu$.

b) $x\ln(x+x^2) - 2x + \ln(x+1) + C.$

Hướng dẫn. Đặt $u = \ln(x+x^2)$, $v' = 1$.

c) $-\frac{1}{2}x^2 + x\tan x + \ln|\cos x| + C.$

Hướng dẫn. Chú ý rằng $\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} - 1$, ta đưa về $\int \frac{xdx}{\cos^2 x}$ rồi sử dụng

phương pháp tích phân từng phần với $u = x$, $v' = \frac{1}{\cos^2 x}$.

d) $\frac{x\sin(\ln x) - x\cos(\ln x)}{2} + C.$

Hướng dẫn. Đặt $u = \ln x$. Suy ra $dx = e^u du$.

3.66. a) $\frac{2}{\pi}$; b) 0; c) $\frac{1}{4}$; d) $1 - \frac{\pi}{4}$.

3.67. a) $\frac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$; b) $3\sin^2 x \cos x$; c) $\frac{\sin x}{2\sqrt{x}}$; d) $2x \cos x$.

Hướng dẫn. Dùng định nghĩa tích phân và quy tắc tính đạo hàm hàm số hợp.

Chú ý rằng, nếu $F'(x) = f(x)$ và $g(x) = \int_a^x f(t)dt$ thì :

$$g(x) = F(x) - F(a) \Rightarrow g'(x) = F'(x) = f(x).$$

3.68. a) $\frac{\pi}{2}$; b) $4\sqrt{3} - \frac{8\sqrt{2}}{3}$. Hướng dẫn. Đặt $x = 1 + \sqrt{u}$;

c) $\frac{27\sqrt{3}}{160}$; d) -2.

Hướng dẫn. Dùng phương pháp đổi biến số, đặt $u = \sin 3x$.

3.69. a) $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn. Lấy đạo hàm hai vế, ta được

$$2xf(x^2) = -x\pi\sin(\pi x) + \cos(\pi x).$$

b) $\sqrt[3]{12}$.

3.70. a) $\frac{64}{3}$.

Hướng dẫn. (h.3.15)

$$\begin{aligned} S &= 2 \int_0^4 \left(\frac{x^2}{2} + 4 - |x^2 - 4| \right) dx \\ &= 2 \int_0^2 \left[\frac{x^2}{2} + 4 - (4 - x^2) \right] dx \\ &\quad + 2 \int_2^4 \left[\frac{x^2}{2} + 4 - (x^2 - 4) \right] dx = \frac{64}{3}. \end{aligned}$$

b) $\frac{6}{5}$.

Hướng dẫn. (h.3.16)

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 x^{\frac{3}{2}} dx + \int_1^2 (2-x)^{\frac{1}{4}} dx \\ &= \frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{6}{5}. \end{aligned}$$

c) 2.

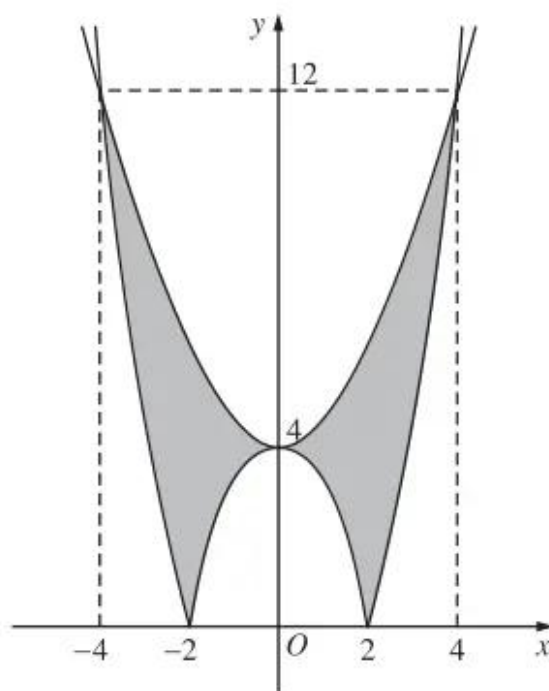
Hướng dẫn. $S = \int_0^1 \sqrt{x} dx + \int_1^3 \sqrt{\frac{3-x}{2}} dx = \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = 2.$

3.71. a) $\frac{16\pi}{15}$;

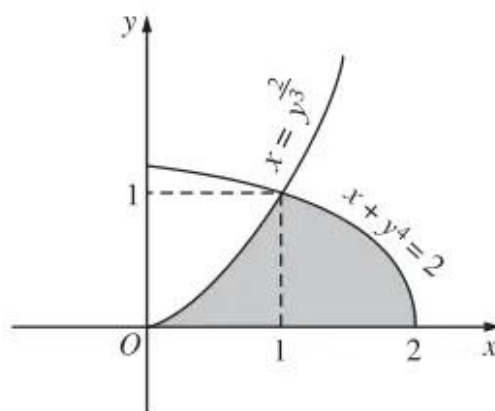
b) $2\pi (\ln^2 2 - 2\ln 2 + 1).$

Hướng dẫn. $S = \pi \int_1^2 \ln^2 x dx.$

c) $\frac{\pi^2}{16}$.



Hình 3.15



Hình 3.16

3.72. a) $\frac{\pi}{2}$;

b) $\frac{8\pi}{3}$.

Hướng dẫn. Ta có $x = 1 + \sqrt{1-y}$ hoặc $x = 1 - \sqrt{1-y}$. Vậy

$$V = \pi \int_0^1 (1 + \sqrt{1-y})^2 dy - \pi \int_0^1 (1 - \sqrt{1-y})^2 dy = 4\pi \int_0^1 \sqrt{1-y} dy = \frac{8\pi}{3}.$$

c) $4\pi^2$.

Hướng dẫn. Ta có $x = 2 + \sqrt{1-y^2}$ hoặc $x = 2 - \sqrt{1-y^2}$. Vậy

$$V = \pi \int_0^1 (2 + \sqrt{1-y^2})^2 dy - \pi \int_0^1 (2 - \sqrt{1-y^2})^2 dy = 16\pi \int_0^1 \sqrt{1-y^2} dy = 4\pi^2.$$

Để tính tích phân trên ta đổi biến
 $y = \sin t$.

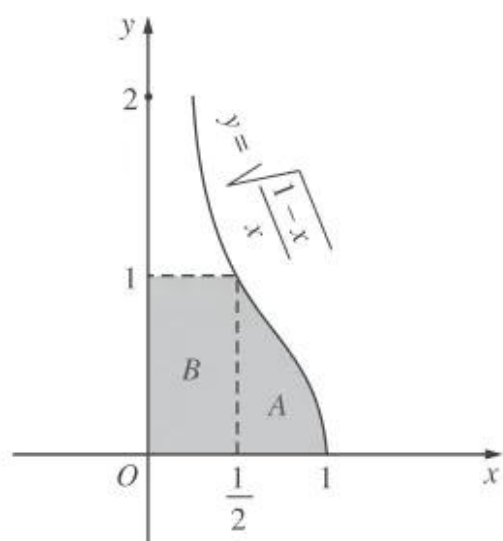
3.73. a) $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn. Đặt $x = \sin^2 t$.

b) $\pi \left(\ln 2 - \frac{1}{2} \right)$.

c) $\frac{\pi}{4}$.

Hướng dẫn. Giá trị của tích phân là diện tích hình chữ nhật B cộng với diện tích hình A (h.3.17).



Hình 3.17