

D - NỘI DUNG CHI TIẾT

§1. ĐẠI CƯƠNG VỀ HÀM SỐ (3 tiết)

I. MỤC TIÊU

Giúp học sinh :

Về kiến thức

- Chính xác hoá khái niệm hàm số và đồ thị của hàm số mà học sinh đã học.
- Nắm vững khái niệm hàm số đồng biến, nghịch biến trên một khoảng (nửa khoảng hoặc đoạn) ; khái niệm hàm số chẵn, hàm số lẻ và sự thể hiện các tính chất ấy qua đồ thị.
- Hiểu hai phương pháp chứng minh tính đồng biến, nghịch biến của hàm số trên một khoảng (nửa khoảng hoặc đoạn) : phương pháp dùng định nghĩa và phương pháp lập tỉ số $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ (tỉ số này còn gọi là *tỉ số biến thiên*).
- Hiểu các phép tịnh tiến đồ thị song song với trục toạ độ.

Về kĩ năng

- Khi cho hàm số bằng biểu thức, học sinh cần :
 - + Biết cách tìm tập xác định của hàm số ;
 - + Biết cách tìm giá trị của hàm số tại một điểm cho trước thuộc tập xác định ;
 - + Biết cách kiểm tra xem một điểm có toạ độ cho trước có thuộc đồ thị của một hàm số đã cho hay không ;

+ Biết chứng minh tính đồng biến, nghịch biến của một số hàm số đơn giản trên một khoảng (đoạn, hoặc nửa khoảng) cho trước bằng cách xét tỉ số biến thiên.

+ Biết cách chứng minh hàm số chẵn, hàm số lẻ bằng định nghĩa.

+ Biết cách tìm hàm số có đồ thị (G'), trong đó (G') có được khi tịnh tiến đồ thị (G) của một hàm số đã cho bởi một phép tịnh tiến song song với trục tọa độ đã cho.

– Khi cho hàm số bằng đồ thị, học sinh cần :

+ Biết cách tìm giá trị của hàm số tại một điểm cho trước thuộc tập xác định và ngược lại, tìm các giá trị của x để hàm số nhận một giá trị cho trước (nói chung là giá trị gần đúng, tuy nhiên, nếu kết hợp với các phương pháp khác thì có thể tìm được giá trị chính xác) ;

+ Nhận biết được sự biến thiên và biết lập bảng biến thiên của một hàm số thông qua đồ thị của nó ;

+ Bước đầu nhận biết một vài tính chất của hàm số như : giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất của hàm số (nếu có), dấu của hàm số tại một điểm hoặc trên một khoảng ;

+ Nhận biết được tính chẵn - lẻ của hàm số qua đồ thị.

Về thái độ

– Rèn luyện tính tỉ mỉ, chính xác khi vẽ đồ thị.

– Thấy được ý nghĩa của hàm số và đồ thị trong đời sống thực tế.

II. NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

1) Học sinh đã được học khái niệm hàm số từ lớp dưới. Trong bài này, khái niệm hàm số được chính xác hoá thêm một bước. Cụ thể là :

– Đưa vào khái niệm tập xác định của hàm số ;

– Coi hàm số là *một quy tắc*, nhờ đó mỗi giá trị của x thuộc tập xác định đều *tương ứng* với một số thực y duy nhất.

– Tuy không trình bày một cách hệ thống, SGK vẫn đề cập đến bốn cách thường dùng để cho một hàm số : cho bằng bảng, cho bằng biểu đồ, cho bằng đồ thị và cho bằng biểu thức. Hai cách đầu thường thấy trong đời sống thực tế, nhưng việc phân tích để hiểu cách diễn tả hàm số của các bảng hay biểu đồ không phải là yêu cầu của bài này. Sau này, việc nghiên cứu các hàm số chủ

yếu là đối với các hàm số cho bằng biểu thức (kể cả khi cho bằng nhiều biểu thức khác nhau trên các tập con khác nhau của \mathbb{R}) và đồ thị của chúng.

2) Ví dụ 1 tuy có tính khái quát chưa cao nhưng gần gũi với học sinh. Ví dụ này chỉ nhằm làm cho học sinh hiểu tại sao lại định nghĩa hàm số như là một *quy tắc* (thỏa mãn điều kiện như đã nêu trong định nghĩa) và hiểu thế nào là tập xác định của hàm số.

3) Sự biến thiên và đồ thị của hàm số là những nội dung quan trọng nhất trong việc khảo sát hàm số. Để đảm bảo tính chính xác của các suy luận sau này, SGK đã định nghĩa hàm số đồng biến, nghịch biến trên một khoảng, một đoạn hoặc nửa khoảng, thay vì chỉ trên một khoảng như các sách trước đây. Thực tế đã cho thấy, điều đó đã không làm phức tạp thêm bài giảng và học sinh có thể tiếp thu tốt khái niệm này. Tuy nhiên ở lớp 10, do chưa có công cụ giải tích, SGK chỉ yêu cầu học sinh chứng minh sự đồng biến hay nghịch biến của hàm số *trên những khoảng, nửa khoảng hoặc đoạn cho trước* và đối với các hàm số *đơn giản* (như hàm số bậc nhất, hàm số bậc hai và hàm số phân tuyến tính). Hơn nữa, các bài toán này chỉ nhằm giúp học sinh nắm vững khái niệm mà thôi.

Yêu cầu chủ yếu của bài này là học sinh phải biết dựa vào đồ thị để suy ra sự biến thiên của hàm số, đồng thời biết cách lập bảng biến thiên của nó.

4) Việc sử dụng các kí hiệu $\pm\infty$ trong các bảng biến thiên ở lớp 10 cũng rất hình thức, cho dù SGK cũng dành vài dòng để giải thích về bảng biến thiên và hai kí hiệu này. Nhưng trên thực tế, học sinh hoàn toàn chưa có cơ sở để điền hai kí hiệu đó vào bảng biến thiên. Do đó, trong các bài kiểm tra, giáo viên không nên trừ điểm của học sinh khi họ mắc sai sót về các kí hiệu này. Nếu cần, giáo viên có thể cho học sinh ghi nhớ máy móc, chẳng hạn :

– Hàm số $y = ax + b$ tăng từ $-\infty$ đến $+\infty$ khi $a > 0$, và giảm từ $+\infty$ đến $-\infty$ khi $a < 0$.

– Khi $a > 0$, hàm số $y = ax^2 + bx + c$ giảm từ $+\infty$ đến $\frac{-\Delta}{4a}$ rồi tăng đến $+\infty$.

– Khi $a < 0$, hàm số $y = ax^2 + bx + c$ tăng từ $-\infty$ đến $\frac{-\Delta}{4a}$ rồi giảm đến $-\infty$.

5) Ngoài việc nhận biết tính đối xứng của đồ thị các hàm số chẵn, hàm số lẻ, bước đầu giáo viên có thể cho học sinh làm quen với việc nhận biết một số tính chất khác của hàm số như :

– Ý nghĩa của toạ độ các giao điểm của đồ thị hàm số với hai trục toạ độ, hoặc các giao điểm của đồ thị hai hàm số ;

– Giá trị lớn nhất hay nhỏ nhất của hàm số trên một khoảng (đoạn, nửa khoảng) ;

– Dấu của hàm số tại một điểm cụ thể hoặc trên một khoảng nào đó.

Điều đó sẽ rất hữu ích cho học sinh sau này.

6) Để đơn giản, SGK chỉ nêu định lý thuận về đồ thị của hàm số chẵn (lẻ) mà không nêu định lý đảo : "Nếu một hàm số có đồ thị đối xứng qua trục tung (qua gốc toạ độ) thì đó là hàm số chẵn (hàm số lẻ)". Nhưng trong thực hành, cũng có thể đoán nhận tính chẵn - lẻ của hàm số khi đã biết đồ thị của nó.

7) Do tính phức tạp của vấn đề, SGK chỉ trình bày sơ lược và rất trực giác để học sinh hiểu thế nào là tịnh tiến một đồ thị. Sau đó cho học sinh thừa nhận kết quả tổng quát về mối quan hệ giữa các hàm số mà đồ thị của hàm số này thu được bằng cách tịnh tiến đồ thị của hàm số kia. Đây là sự chuẩn bị cho các bài học sau, nhất là bài học về hàm số bậc hai.

Vấn đề này sẽ còn được nhắc lại và sử dụng trong SGK *Đại số và Giải tích 11*, khi nói về dao động điều hoà.

III. GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

1) *Gợi ý về đồ dùng dạy học*

– Giáo viên nên chuẩn bị bảng nêu trong ví dụ 1 và đồ thị (h. 2.1).

– Có thể tự tạo một đồ dùng dạy học như sau : Lấy một tấm bìa có vẽ hệ trục toạ độ. Trên một tấm bìa khác, vẽ parabol $y = x^2$ ở cả hai mặt bìa sao cho khi gấp đôi tấm bìa theo trục đối xứng của parabol, ta thấy một nửa parabol ; còn khi mở ra ta thấy nốt nửa còn lại. Cắt tấm bìa theo đường parabol nhưng vẫn giữ lại nét vẽ parabol. Khi dùng, ta đặt tấm bìa có hình parabol lên tấm bìa có hệ trục toạ độ để minh hoạ tính chất đối xứng của đồ thị.

2) *Gợi ý về phân phối thời gian*

Bài này thực hiện trong 3 tiết. Tùy điều kiện cụ thể mà giáo viên dừng lại ở đâu sau mỗi tiết. Sau đây là một gợi ý :

Tiết 1 : *Khái niệm về hàm số và Sự biến thiên của hàm số* (hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến) ;

Tiết 2 : *Sự biến thiên của hàm số* (khảo sát sự biến thiên của hàm số) và *Hàm số chẵn, hàm số lẻ* ;

Tiết 3 : *Sơ lược về tịnh tiến đồ thị song song với trục toạ độ.*

3) Để học sinh nắm vững khái niệm hàm số, giáo viên cần nhấn mạnh yêu cầu về tính duy nhất của số thực y ứng với *mỗi* giá trị của x thuộc tập xác định. Điều đó được thể hiện qua đồ thị như sau : Nếu x_0 thuộc tập xác định thì đường thẳng song song với trục tung và đi qua điểm $(x_0 ; 0)$ *bao giờ cũng cắt đồ thị của hàm số tại một điểm duy nhất* (nếu x_0 không thuộc tập xác định thì đường thẳng này không cắt đồ thị). Những hình không có tính chất này, chẳng hạn đường tròn hay các đường thẳng song song với trục tung không thể là đồ thị của một hàm số nào cả.

4) Khái niệm hàm số đồng biến hoặc nghịch biến cũng như hàm số chẵn, hàm số lẻ không phải là một khái niệm khó. Song giáo viên nên phân tích cho học sinh thấy sự chuyển đổi giữa ba "ngôn ngữ" : Giải tích, Đại số và Hình học cụ thể như sau

GIẢI TÍCH	ĐẠI SỐ	HÌNH HỌC
Hàm số f đồng biến	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$	Đồ thị của hàm số đi lên
Hàm số f nghịch biến	$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$	Đồ thị của hàm số đi xuống
Hàm số f chẵn	$f(-x) = f(x)$	Đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng
Hàm số f lẻ	$f(-x) = -f(x)$	Đồ thị nhận gốc O làm tâm đối xứng

(Trong bảng trên, ta bỏ qua các chi tiết phụ).

5) Thông thường, nói đến phép tịnh tiến là phải nói đến vectơ tịnh tiến. Nhưng tại thời điểm này, học sinh chưa học đến tọa độ của vectơ. Do đó, SGK phải dùng giải pháp mô tả phép tịnh tiến, tức là nêu ra phương, hướng và độ dài của vectơ tịnh tiến. Chẳng hạn, thay vì nói : "tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-2 ; 0)$ ", ta nói : "tịnh tiến song song với trục hoành sang trái 2 đơn vị". Với quy ước rằng ta chỉ xét các phép tịnh tiến song song với các trục tọa độ, trong SGK còn đưa ra cách nói gọn là : "tịnh tiến sang trái 2 đơn vị". Điều đó cũng hoàn toàn tương tự khi nói về các phép tịnh tiến song song với trục tung. Ngoài ra, các tính chất quen thuộc của phép tịnh tiến cũng được coi là hiển nhiên, học sinh cũng dễ tiếp nhận bằng trực giác.

Do đó, khi giảng dạy nội dung này, giáo viên cần sử dụng đồ dùng dạy học để học sinh dễ dàng hình dung được phép tịnh tiến đồ thị.

6) *Gợi ý các hoạt động trên lớp và trả lời câu hỏi*

- H1** a) Chọn (C) : $\mathbb{R}_+ \setminus \{1; 2\}$. *Gợi ý.* Cần có $x \geq 0$ và $(x - 1)(x - 2) \neq 0$.
b) Chọn (B) : \mathbb{R} .

Đây là hoạt động để khắc sâu khái niệm và hình thành kỹ năng thực hành cho học sinh. Nếu có thời gian, giáo viên có thể cho học sinh làm bài tập 1 tại lớp.

- H2** Giá trị của hàm số tăng trong trường hợp 1, giảm trong trường hợp 2.

Đây là hoạt động nhằm gợi mở khái niệm. Cần nhấn mạnh rằng sự tăng hay giảm của hàm số luôn được *xét khi đối số tăng*.

- H3** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-3; -1)$ và $(2; 8)$, nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.

Hoạt động này dùng để củng cố khái niệm và tạo kỹ năng nhận biết tính tăng - giảm của hàm số qua đồ thị.

- H4** Khi $a < 0$, hàm số $y = ax^2$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Đây là hoạt động nhằm hoàn chỉnh kết quả khảo sát sự biến thiên của hàm số $y = ax^2$. Kết quả này vừa ôn tập và chứng minh điều mà học sinh đã học ở lớp dưới, vừa để chuẩn bị cho bài học sau này, khi tổng kết các điều đã biết về hàm số $y = ax^2$ (§3).

- H5** Vì tập xác định của hàm số $g(x) = ax^2$ ($a \neq 0$) là \mathbb{R} nên nếu $x \in \mathbb{R}$ thì $-x \in \mathbb{R}$; mặt khác, với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có : $a(-x)^2 = ax^2$. Vậy $g(x) = ax^2$ là hàm số chẵn.

Mục đích của hoạt động này là vừa để củng cố khái niệm hàm số chẵn, vừa chuẩn bị cho bài học trong §3, tương tự như **H4**.

- H6** Ta ghép được các cặp : $(1 \leftrightarrow a)$, $(2 \leftrightarrow c)$ và $(3 \leftrightarrow d)$.

Đây là hoạt động giúp hình thành kỹ năng nhận biết tính chẵn - lẻ và sự biến thiên của hàm số qua đồ thị.

- H7** $M_1(x_0; y_0 + 2)$, $M_2(x_0; y_0 - 2)$, $M_3(x_0 + 2; y_0)$, $M_4(x_0 - 2; y_0)$.

Gợi ý. Khi tịnh tiến điểm M lên trên 2 đơn vị thì hoành độ của nó không thay đổi, nhưng tung độ được tăng thêm 2 đơn vị. Do đó, tọa độ của M_1 là $(x_0 ; y_0 + 2)$.

Hoạt động đơn giản này nhằm cho học sinh bước đầu hình thành sự liên hệ giữa tọa độ của các điểm trước và sau khi tịnh tiến, nhờ đó học sinh sẽ hiểu rõ hơn về phép tịnh tiến đồ thị.

H8 Chọn phương án (A).

IV. GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

1. a) Tập xác định của hàm số là \mathbb{R} .
 b) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1 ; 2\}$. *Gợi ý.* Điều kiện là $x^2 - 3x + 2 \neq 0$.
 c) Tập xác định của hàm số là $[1 ; 2) \cup (2 ; +\infty)$. *Gợi ý.* Điều kiện là $x - 1 \geq 0$ và $x - 2 \neq 0$, tức là $x \geq 1$ và $x \neq 2$.
 d) Tập xác định của hàm số là $(-1 ; +\infty)$. *Gợi ý.* Điều kiện là $x + 2 \neq 0$ và $x + 1 > 0$, tức là $x > -1$ (ở đây đã bao gồm cả $x \neq -2$).
2. Tập xác định của hàm số là $\{2000 ; \dots ; 2005\}$. Kí hiệu hàm số là $f(x)$, ta có :
 $f(2000) = 3,48 ; f(2001) = 3,72 ; f(2002) = 3,24 ; \dots ; f(2005) = 5,20$.
3. Bảng biến thiên :

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$

4. a) Ta có :
$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{(x_1^2 + 2x_1 - 2) - (x_2^2 + 2x_2 - 2)}{x_1 - x_2} = x_1 + x_2 + 2.$$

Trên khoảng $(-\infty ; -1)$, hàm số nghịch biến vì

$$x_1 \text{ và } x_2 \in (-\infty ; -1) \Rightarrow x_1 < -1 \text{ và } x_2 < -1 \Rightarrow x_1 + x_2 + 2 < 0.$$

Trên khoảng $(-1 ; +\infty)$, hàm số đồng biến vì

$$x_1 \text{ và } x_2 \in (-1 ; +\infty) \Rightarrow x_1 > -1 \text{ và } x_2 > -1 \Rightarrow x_1 + x_2 + 2 > 0.$$

b) Ta có :

$$\begin{aligned}\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} &= \frac{(-2x_1^2 + 4x_1 + 1) - (-2x_2^2 + 4x_2 + 1)}{x_1 - x_2} \\ &= -2(x_1 + x_2 - 2),\end{aligned}$$

suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty ; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1 ; +\infty)$.

c) Ta có :

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \left(\frac{2}{x_1 - 3} - \frac{2}{x_2 - 3} \right) : (x_1 - x_2) = \frac{-2}{(x_1 - 3)(x_2 - 3)},$$

suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty ; 3)$ và $(3 ; +\infty)$.

5. a) Hàm số chẵn ; b) Hàm số lẻ ;

c) Hàm số lẻ. *Gợi ý.* Do $|a| = |-a|$ nên

$$f(-x) = |-x + 2| - |-x - 2| = |-(x - 2)| - |-(x + 2)| = |x - 2| - |x + 2| = -f(x) ;$$

d) Hàm số chẵn.

6. a) Khi tịnh tiến (d) lên trên 3 đơn vị, ta được đồ thị của hàm số $y = 0,5x + 3$.

b) Khi tịnh tiến (d) xuống dưới 1 đơn vị, ta được đồ thị của hàm số

$$y = 0,5x - 1.$$

c) Khi tịnh tiến (d) sang phải 2 đơn vị, ta được đồ thị của hàm số

$$y = 0,5(x - 2).$$

d) Khi tịnh tiến (d) sang trái 6 đơn vị, ta được đồ thị của hàm số

$$y = 0,5(x + 6).$$

Nhận xét. Hai đường thẳng nêu trong a) và d) là trùng nhau ; hai đường thẳng nêu trong b) và c) là trùng nhau. Hiện tượng này sẽ còn được đề cập một lần nữa trong bài §2 (ví dụ 1).