D - NỘI DUNG CHI TIẾT

§1. ĐẠI CƯƠNG VỀ PHƯƠNG TRÌNH (2 tiết)

I. MỤC TIÊU

Giúp học sinh :

Về kiến thức

– Hiểu khái niệm phương trình, tập xác định (điều kiện xác định) và tập nghiệm của phương trình ;

– Hiểu khái niệm phương trình tương đương và các phép biến đổi tương đương.

Về kĩ năng

– Biết cách thử xem một số cho trước có phải là nghiệm của phương trình không.

– Biết sử dụng các phép biến đổi tương đương thường dùng.

Về thái độ. Rèn luyện tính nghiêm túc khoa học.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

Khái niệm phương trình là một vấn đề khó. Vì vậy, khi dạy bài này, giáo viên nên nghiên cứu kĩ SGK, đồng thời lưu ý mấy điểm sau :

1) SGK đã định nghĩa phương trình bằng cách dùng mệnh đề chứa biến. Cụ thể là : "*Cho hai* ***hàm số*** $y = f(x)$ *và* $y = g(x)$ *có tập xác định lần lượt là* $\mathcal{D}_f$ *và* $\mathcal{D}_g$. *Đặt* $\mathcal{D} = \mathcal{D}_f \cap \mathcal{D}_g$. *Mệnh đề chứa biến* $f(x) = g(x)$ *được gọi là phương trình một ẩn*", *x gọi là ẩn số (hay ẩn) và* $\mathcal{D}$ *gọi là tập xác định của phương trình.* Trong định nghĩa trên, đáng chú ý là vấn đề tập xác định của phương trình.

Có những phương trình, trong đó việc tìm cụ thể *tập xác định* của nó thì rất khó, nhưng nếu chỉ nêu *điều kiện xác định* thì vấn đề trở nên đơn giản. Chẳng hạn xét phương trình

$$\frac{x^2(x+2)}{x^3+2x^2-x+1}=1.$$

Rõ ràng nếu chỉ đặt điều kiện $x^3+2x^2-x+1\neq 0$ rồi giải phương trình và thử lại nghiệm thì thấy ngay phương trình có một nghiệm $x=1$. Nhưng nếu đặt vấn đề tìm x để $x^3+2x^2-x+1\neq 0$ thì sẽ rất khó và thực sự là không cần thiết.

Tuy nhiên, nếu bỏ hẳn khái niệm tập xác định của phương trình như SGK thí điểm đã làm thì cũng có nhiều điều chưa thoả đáng.

Thứ nhất là ở chương II, học sinh đã học khái niệm hàm số và tập xác định của hàm số. Việc né tránh sử dụng các khái niệm này để định nghĩa phương trình ở chương III làm cho cấu trúc của chương trình trở nên thiếu tính hệ thống và lôgic trong sự phát triển khái niệm.

Thứ hai là việc diễn đạt nhiều nội dung về biến đổi phương trình trở nên cồng kềnh, rắc rối khi không sử dụng thuật ngữ tập xác định của phương trình.

Nhiều ý kiến giáo viên góp ý cho SGK thí điểm cũng đề nghị sử dụng khái niệm tập xác định của phương trình.

Do đó, tác giả đã đưa khái niệm tập xác định của phương trình vào định nghĩa (như trên đã thấy).

Tuy nhiên, trong thực hành chỉ cần nêu những điều kiện để x thuộc tập xác định của phương trình (xem chú ý sau định nghĩa).

Cách định nghĩa phương trình như trên vẫn đảm bảo sự chính xác, tính lôgic trong sự phát triển của các khái niệm, giúp cho việc diễn đạt được gọn gàng trong sáng mà vẫn tránh được những phức tạp về mặt thực hành cho học sinh.

Đối với phương trình nhiều ẩn, do chương trình không đề cập đến hàm số nhiều biến số nên vẫn chỉ có thể định nghĩa thông qua các ví dụ và chỉ nói *điều kiện xác định* của phương trình mà thôi.

2) Khi nói đến tập xác định của phương trình, học sinh thường chỉ nghĩ đến các điều kiện để các biểu thức có mặt trong phương trình có nghĩa. Nhưng hiểu như thế là chưa đầy đủ. Cần nhắc lại, *khi cho hàm số bởi biểu thức, ta quy ước rằng : Nếu không có giải thích gì thêm thì tập xác định của hàm số $y=f(x)$ là tập các giá trị của x sao cho giá trị của biểu thức $f(x)$ được xác định*

(Đại số 10 nâng cao, trang 37). Do đó, tập xác định của phương trình bao gồm các giá trị của ẩn vừa phải làm cho các biểu thức trong phương trình có nghĩa, vừa phải thoả mãn tất cả các điều kiện đối với ẩn (mà phương trình yêu cầu, kể cả các điều kiện xuất hiện trong quá trình biến đổi phương trình hoặc vì lí do này khác phải áp đặt cho ẩn số).

Để tránh việc hiểu không đầy đủ như vậy, SGK đã có thêm chú ý ở trang 66. Giáo viên nên nhấn mạnh thêm vấn đề này trong giờ dạy.

Ví dụ

Xét phương trình $|x-1| = 2x$. (1)

Một trong các cách giải phương trình này là :

Do $|x-1| = \begin{cases} x-1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 1-x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ nên ta xét hai trường hợp :

+ Khi $x \geq 1$, ta có : (1) $\Leftrightarrow$ $x-1 = 2x \Leftrightarrow x = -1$ (bị loại do không thoả mãn điều kiện $x \geq 1$).

+ Khi $x < 1$, ta có: (1) $\Leftrightarrow$ $1-x = 2x \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ (thoả mãn điều kiện $x < 1$).

Kết luận. Phương trình (1) có một nghiệm $x = \frac{1}{3}$.

Đó là cách trình bày lời giải thông thường. Bản chất của lời giải trên là phương trình (1) tương đương với tuyển của hai phương trình : phương trình $x - 1 = 2x$ với điều kiện $x \geq 1$ và phương trình $1 - x = 2x$ với điều kiện $x < 1$. Như vậy, mỗi phương trình thường gắn với những điều kiện nào đó mà ẩn phải thoả mãn.

3) Khi giải và biện luận một phương trình, ta thường phải nói đến *số nghiệm của phương trình*. Hiểu chính xác thì số nghiệm của một phương trình là số phần tử của tập nghiệm của phương trình đó. Cách hiểu đó đòi hỏi các phần tử, tức là các nghiệm của phương trình, phải đôi một khác nhau.

Tuy nhiên, nếu đòi hỏi cao như thế thì đôi khi lời giải sẽ phải chi tiết và rất phức tạp. Chẳng hạn, muốn khẳng định $x = m$ và $x = m^2$ là hai nghiệm (phân biệt) của một phương trình thì phải kèm thêm điều kiện $m \neq 0$ và $m \neq 1$, vì khi đó chúng có cùng một giá trị, xác định cùng một nghiệm của phương trình. Bởi vậy, chúng ta không nên đòi hỏi tỉ mỉ trong mỗi kết luận về tập nghiệm của một phương trình, trừ trường hợp bài toán yêu cầu xét số nghiệm của phương trình.

Chẳng hạn, nếu giải và biện luận phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ thì có thể chỉ cần xét hai trường hợp $\Delta < 0$ và $\Delta \geq 0$; và khi $\Delta \geq 0$, có thể nói rằng phương trình có hai nghiệm $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Nhưng nếu bài toán yêu cầu biện luận số nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ thì không thể không xét riêng trường hợp $\Delta = 0$, lúc này phương trình có một nghiệm (kép) $x = -\dfrac{b}{2a}$.

Vậy muốn nhấn mạnh tính phân biệt của hai nghiệm thì ta nói "phương trình có hai nghiệm phân biệt", còn khi diễn đạt "phương trình có hai nghiệm" thì ta hiểu rằng có thể hai nghiệm đó trùng nhau. Trong trường hợp này, ta không nên sử dụng cách viết các nghiệm của một phương trình dưới dạng tập hợp (nhưng nếu HS có sử dụng cách viết này thì cũng không nên bắt lỗi).

III. GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

1) Thời gian thực hiện bài này dự kiến là 2 tiết, trong đó tiết đầu có thể kết thúc ở định lí 1.

2) Khi dạy định nghĩa phương trình, nếu cần, giáo viên nên nhắc lại khái niệm mệnh đề chứa biến để học sinh dễ tiếp thu.

3) *Gợi ý các hoạt động trên lớp và trả lời câu hỏi*

H1 a) Đúng.

b) Sai (thử lại thấy $x = 1$ không là nghiệm của phương trình ban đầu).

c) Sai (phương trình ban đầu còn có nghiệm khác nữa là $x = -1$).

Hoạt động này nhằm khắc sâu khái niệm hai phương trình tương đương. Đối với trường hợp b) và c), chỉ yêu cầu học sinh chỉ ra được sự khác nhau của hai tập nghiệm (có x là nghiệm của phương trình này mà không là nghiệm của phương trình kia).

H2 a) Đúng.

b) Sai (phép biến đổi làm thay đổi điều kiện xác định, dẫn đến $x = 0$ là nghiệm của phương trình sau khi biến đổi, nhưng không là nghiệm của phương trình ban đầu).

Chú ý rằng, định lí 1 chỉ nêu lên *điều kiện đủ* để được phương trình tương đương mà không phải là điều kiện cần. Do đó, có thể xảy ra là một phép biến đổi nào đó không thoả mãn giả thiết của định lí nhưng vẫn có thể được phương trình tương đương. Ví dụ :

$$x + \frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{x} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vì vậy, để khẳng định hai phương trình không tương đương, ta không thể dựa vào định lí 1 mà phải căn cứ vào định nghĩa.

H3 a) Đúng (có thể thay dấu $\Rightarrow$ bởi dấu $\Leftrightarrow$).

b) Đúng vì tập nghiệm của phương trình thứ nhất là $\varnothing$.

H4 Nếu $m = 0$ thì phương trình có tập nghiệm là $S = \varnothing$; Nếu $m \neq 0$ thì tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{\frac{-1-m}{m}\right\}$.

Hoạt động này nhằm giúp học sinh làm quen với phương trình có chứa tham số.

IV. GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

1.

Phương trình	**Điều kiện của phương trình**	**Tập nghiệm**
a) $\sqrt{x} = \sqrt{-x}$	$x \geq 0$ và $-x \geq 0$	$\{0\}$
b) $3x - \sqrt{x-2} = \sqrt{2-x} + 6$	$x - 2 \geq 0$ và $2 - x \geq 0$	$\{2\}$
c) $\frac{\sqrt{3-x}}{x-3} = x + \sqrt{x-3}$	$3 - x \geq 0$, $x - 3 \geq 0$ và $x \neq 3$ (Không có x nào thoả mãn điều kiện trên)	$\varnothing$
d) $x + \sqrt{x-1} = \sqrt{-x}$	$x - 1 \geq 0$ và $-x \geq 0$ (Không có x nào thoả mãn điều kiện trên)	$\varnothing$

2. a) $x = 2$.

b) Với điều kiện $x \geq 1$, ta có

$x + \sqrt{x-1} = 0{,}5 + \sqrt{x-1} \Leftrightarrow x = 0{,}5$ (loại vì không thoả mãn điều kiện $x \geq 1$).Vậy phương trình vô nghiệm.

c) $x = 6$; d) Vô nghiệm.

3. a) Với điều kiện $x \neq 1$, ta có

$$x + \frac{1}{x-1} = \frac{2x-1}{x-1} \Leftrightarrow x^2 - x + 1 = 2x - 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2. \end{array}\right.$$

Do điều kiện $x \neq 1$, phương trình chỉ có nghiệm $x = 2$.

b) Với điều kiện $x \neq 2$, ta có

$x + \dfrac{1}{x-2} = \dfrac{2x-3}{x-2} \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 2x - 3 \Leftrightarrow x = 2$ (loại do điều kiện $x \neq 2$).

Vậy phương trình vô nghiệm.

c) Điều kiện : $x \geq 3$. Dễ thấy $x = 3$ là một nghiệm. Nếu $x > 3$ thì $x - 3 \neq 0$. Do đó :

$$(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-3} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = 2.$$

Cả hai giá trị đều bị loại do điều kiện $x > 3$. Vậy phương trình có một nghiệm $x = 3$.

d) $x \in \{-1 \,;\, 2\}$.

4. *Chú ý* : Khi bình phương hai vế của một phương trình, ta được phương trình hệ quả nên phải thử lại nghiệm.

a) Ta có

$$\sqrt{x-3} = \sqrt{9-2x} \Rightarrow x - 3 = 9 - 2x \Rightarrow x = 4.$$

Thử lại thấy $x = 4$ nghiệm đúng. Vậy phương trình có nghiệm $x = 4$.

b) Ta có

$\sqrt{x-1} = x - 3 \Rightarrow x - 1 = (x-3)^2 \Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow x = 2$ hoặc $x = 5$.

Thử lại, giá trị $x = 2$ không thoả mãn. Vậy phương trình có nghiệm $x = 5$.

c) Ta có

$2|x - 1| = x + 2 \Rightarrow 4(x-1)^2 = (x+2)^2 \Rightarrow 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0$ hoặc $x = 4$.

Thử lại, ta thấy cả hai đều nghiệm đúng. Vậy phương trình có hai nghiệm $x = 0$ và $x = 4$.

d) Ta có

$$|x - 2| = 2x - 1 \Rightarrow (x-2)^2 = (2x-1)^2 \Rightarrow 3x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm 1.$$

Thử lại, ta thấy chỉ có $x = 1$ nghiệm đúng. Vậy phương trình có nghiệm $x = 1$.