§3. HÀM SỐ BẬC HAI (2 tiết)

I. MỤC TIÊU

Giúp học sinh :

Về kiến thức

– Hiểu quan hệ giữa đồ thị của hàm số $y = ax^2 + bx + c$ và đồ thị của hàm số $y = ax^2$.

– Hiểu và ghi nhớ các tính chất của hàm số $y = ax^2 + bx + c$.

Về kĩ năng

– Khi cho một hàm số bậc hai, biết cách xác định toạ độ đỉnh, phương trình của trục đối xứng và hướng của bề lõm của parabol (đồ thị của hàm số bậc hai ấy).

– Vẽ thành thạo các parabol dạng $y = ax^2 + bx + c$ bằng cách xác định đỉnh, trục đối xứng và một số điểm khác. Qua đó suy ra được sự biến thiên, lập bảng biến thiên của hàm số và nêu được một số tính chất khác của hàm số (xác định các giao điểm của parabol với các trục toạ độ, xác định dấu của hàm số trên một khoảng đã cho, tìm giá trị lớn nhất hay bé nhất của hàm số).

– Biết cách giải một số bài toán đơn giản về đồ thị của hàm số bậc hai.

Về thái độ. Rèn luyện tính tỉ mỉ, chính xác khi vẽ đồ thị.

II. NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

1) Khác với các SGK 2000, SGK lần này trình bày về đồ thị hàm số bậc hai tuy vẫn dựa vào đồ thị hàm số $y = ax^2$ nhưng không dùng phép tịnh tiến hệ toạ độ mà dùng phép tịnh tiến đồ thị (phép tịnh tiến hệ toạ độ cũng được giới thiệu trong bài đọc thêm). Cách làm mới này đòi hỏi giáo viên phải chuẩn bị bài giảng công phu hơn, không những về nội dung mà còn về các phương tiện dạy học. Bù lại, học sinh sẽ có những tiết học hứng thú hơn và kiến thức sẽ được khắc sâu hơn.

2) Để chuẩn bị cho bài học này, học sinh đã được làm quen với phép tịnh tiến đồ thị song song với trục toạ độ từ hai bài học trước. Mục đích của việc sử dụng phép tịnh tiến là làm cho học sinh thấy được một cách thuyết phục mối liên quan giữa các hàm số bậc hai với hàm số $y = ax^2$ đã được học ở lớp dưới, nhờ đó kiến thức được hình thành một cách mạch lạc, vững vàng. Ngoài ra, nó giúp cho học sinh, nhất là đối với học sinh khá và giỏi, có một cách nhìn bản chất hơn về hàm số bậc hai.

3) Khi học về biến đổi đồ thị, học sinh sẽ cảm thấy khó và nhàm chán nếu giáo viên yêu cầu học sinh vẽ hết parabol này đến parabol khác. Nhưng nếu khéo sử dụng các đồ dùng dạy học (có thể do giáo viên tự làm lấy, khá đơn giản), nhất là ở những nơi có điều kiện sử dụng máy tính, thì chắc chắn giờ học này sẽ rất sinh động, gây được hứng thú và khắc sâu được kiến thức cho học sinh.

III. GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

1) *Gợi ý về đồ dùng dạy học.* Giáo viên có thể tự làm đồ dùng dạy học để mô tả phép tịnh tiến đồ thị. Ý tưởng chủ yếu là vẽ parabol lên một tấm giấy trong (như mica chẳng hạn) và dịch chuyển tấm giấy đó để học sinh thấy được phép tịnh tiến.

Nếu có điều kiện, giáo viên có thể sử dụng máy tính với phần mềm thích hợp.

Học sinh nên chuẩn bị trước giấy kẻ ô vuông để vẽ đồ thị (nếu có), tốt nhất là giấy chuyên dụng.

2) *Gợi ý về phân phối thời gian*

– Tiết thứ nhất : Mục 1 *(Định nghĩa)* và mục 2 (*Đồ thị của hàm số bậc hai*) ;

– Tiết thứ hai : Mục 3 (*Sự biến thiên của hàm số bậc hai*).

3) Khi mô tả một parabol, giáo viên luôn chú ý nêu đầy đủ ba yếu tố :

– Đỉnh parabol (nêu toạ độ hoặc gọi tên điểm) ;

– Trục đối xứng của parabol (phương trình của trục đối xứng hoặc gọi tên trục) ;

– Hướng của bề lõm (hướng lên trên khi $a > 0$, xuống dưới khi $a < 0$).

Ngoài ra, có thể nêu thêm những điểm mà parabol đi qua (nếu thấy cần thiết).

Chú ý rằng khi xác định đúng hướng của bề lõm của parabol thì ta cũng thấy được sự biến thiên của hàm số bậc hai tương ứng.

4) Khi đã nắm vững tính chất và đồ thị của hàm số $y = ax^2$, học sinh chỉ cần nhớ được rằng parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh là điểm $I\left(-\frac{b}{2a} ; -\frac{\Delta}{4a}\right)$; Từ đó có thể suy ra phương trình của trục đối xứng và các tính chất khác của đồ thị hàm số. Vì vậy, giáo viên cần chú ý làm cho học sinh ghi nhớ kĩ công thức tính toạ độ của đỉnh I.

5) Khi vẽ đồ thị của các hàm số bậc hai, giáo viên có thể chia thành các bước sau :

– Xác định hướng của bề lõm, toạ độ đỉnh, từ đó suy ra phương trình trục đối xứng của parabol ;

– Xác định các giao điểm của parabol với các trục toạ độ (nếu có), khi cần có thể xác định thêm một, hai điểm khác ;

– Xác định các điểm đối xứng của các điểm nói trên qua trục đối xứng ;

– Nối các điểm đó lại bằng nét cong, trơn (không bị gãy), nhất là tại đỉnh của parabol.

6) *Gợi ý các hoạt động trên lớp và trả lời câu hỏi*

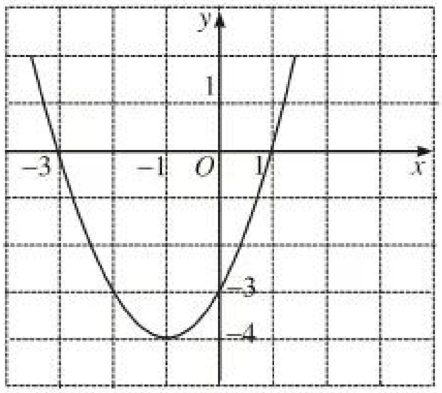
H1 $I_1(p ; 0)$, phương trình trục đối xứng là $x = p$.

Thực ra đây chỉ là tịnh tiến điểm O. Học sinh có thể lúng túng khi gặp giá trị tuyệt đối $|p|$. Do đó, nếu cần, giáo viên nên gợi ý bằng cách cho p một số giá trị cụ thể. Lưu ý rằng trục đối xứng của parabol là đường thẳng song song với trục tung và đi qua đỉnh của parabol.

H2 $I(p\ ;\ q)$, phương trình trục đối xứng vẫn là $x = p$.

Thực ra đây chỉ là tịnh tiến điểm I_1. Cách làm tương tự như **H1**.

H3 a) Đỉnh là điểm $I(-1\ ;\ -4)$, trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$.



Hình 2.4

b) Parabol (P) như hình 2.4.

c) Muốn vẽ đồ thị của hàm số $y = |\ x^2 + 2x - 3\ |$, ta vẽ đồ thị hai hàm số $y = \pm(x^2 + 2x - 3)$ rồi xoá đi phần ở phía dưới trục hoành.

IV. GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

27. Ở đây, ta trả lời cho câu c) và d). Câu a) và b) cũng trả lời tương tự.

c) Parabol $y = \sqrt{2}\,x^2 + 1$ có được là do tịnh tiến parabol $y = \sqrt{2}\,x^2$ theo trục tung lên trên 1 đơn vị. Do đó :

– Đỉnh của parabol là điểm có toạ độ $(0\ ;\ 1)$;

– Parabol có trục đối xứng là đường thẳng $x = 0$;

– Parabol có bề lõm hướng lên trên.

d) Parabol $y = -\sqrt{2}\,(x+1)^2$ là do tịnh tiến parabol $y = -\sqrt{2}\,x^2$ theo trục hoành sang trái 1 đơn vị. Do đó :

– Đỉnh của parabol là điểm có toạ độ $(-1\ ;\ 0)$;

– Parabol có trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$;

– Parabol có bề lõm hướng xuống dưới.

28. a) Kí hiệu hàm số là $f(x) = ax^2 + c$, ta có $f(2) = 3$. Hàm số này có giá trị nhỏ nhất bằng c khi $a > 0$. Do đó, ta có $a > 0$, $f(2) = 4a + c = 3$ và $c = -1$. Từ đó $a = 1$ và ta có hàm số $y = x^2 - 1$.

b) Kí hiệu như trên, ta có : Đỉnh parabol là $I(0 ; 3)$ nên $c = 3$; parabol cắt trục hoành tại $(-2 ; 0)$ nên $f(-2) = 0$, hay $4a + c = 0$. Từ đó, $a = -\frac{3}{4}$ và hàm số là $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$.

29. Kí hiệu hàm số là $f(x) = a(x - m)^2$.

a) Đỉnh của (P) là $I(-3 ; 0)$, chứng tỏ $m = -3$; (P) cắt trục tung tại $M(0 ; -5)$, chứng tỏ $f(0) = -5$, hay $a(0 - m)^2 = -5$. Thay thế $m = -3$ vào, ta được $9a = -5$, suy ra $a = -\frac{5}{9}$. Vậy $f(x) = -\frac{5}{9}(x + 3)^2$.

b) Đường thẳng $x = m$ là trục đối xứng của parabol (P) nên từ giả thiết ta suy ra

$$m = \frac{-1 + 3}{2} = 1.$$

Ngoài ra, ta có $f(-1) = 4$ nên $a(-1 - m)^2 = 4$ kéo theo $a = 1$.

Vậy $f(x) = (x - 1)^2$.

30. a) $y = x^2 - 8x + 12 = (x - 4)^2 - 4$; Đồ thị của hàm số này có được từ parabol $y = x^2$ tịnh tiến sang phải 4 đơn vị, rồi xuống dưới 4 đơn vị.

b) $y = -3x^2 - 12x + 9 = -3(x^2 + 4x - 3)$

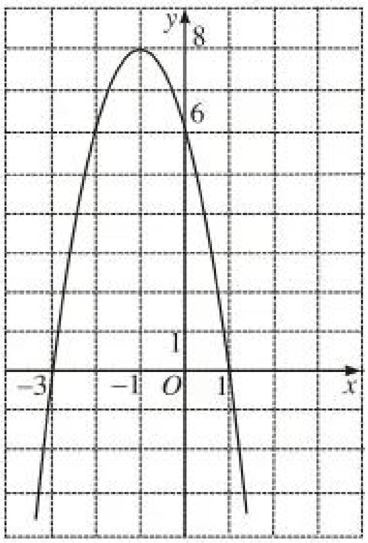
$= -3(x + 2)^2 + 21$;

Đồ thị của hàm số này có được từ parabol $y = -3x^2$ bằng cách tịnh tiến sang trái 2 đơn vị, rồi lên trên 21 đơn vị.

31. a) Đỉnh là $I(-1 ; 8)$; trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$.

b) Đồ thị ở hình 2.5.

c) Từ đồ thị ta có $y \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1$.



Hình 2.5

V. BỔ SUNG KIẾN THỨC

Trong mặt phẳng toạ độ, nếu gọi T là phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (p ; q)$ thì ta có các công thức sau đây.

1) Toạ độ $(x\ ;\ y)$ của điểm M và toạ độ $(x'\ ;\ y')$ của điểm $M' = T(M)$ có quan hệ sau :

$$\text{(I)}\begin{cases} x' = x + p \\ y' = y + q \end{cases} \text{ hay (I')} \begin{cases} x = x' - p \\ y = y' - q. \end{cases}$$

Chứng minh. Ta đã biết :

Khi viết $M(x\ ;\ y)$ có nghĩa là $\overrightarrow{OM} = (x\ ;\ y)$. Tương tự, ta có $\overrightarrow{OM'} = (x'\ ;\ y')$. Mặt khác, theo định nghĩa :

$$M' = T(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM'} - \overrightarrow{OM} = \vec{v} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM'} = \overrightarrow{OM} + \vec{v}.$$

Chuyển đẳng thức thu được về dạng toạ độ, ta được (I).

2) Nếu (G) là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và (G') là ảnh của (G) qua phép tịnh tiến T thì (G') là đồ thị của hàm số $y = f(x - p) + q$.

Chứng minh. Gọi $M'(x'\ ;\ y')$ là một điểm tuỳ ý. Ta chọn điểm $M(x\ ;\ y)$ sao cho $M' = T(M)$ (rõ ràng điểm M' luôn tồn tại và duy nhất). Khi đó, ta có hệ thức (I') và :

$$M' \in (G') \Leftrightarrow M \in (G) \Leftrightarrow y = f(x) \Leftrightarrow y' - q = f(x' - p) \Leftrightarrow y' = f(x' - p) + q.$$

Điều đó chứng tỏ (G') là đồ thị của hàm số $y = f(x - p) + q$.