§3. MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HOẶC BẬC HAI (1 tiết)

I. MỤC TIÊU

Giúp học sinh :

– Nắm được những phương pháp chủ yếu giải và biện luận các dạng phương trình nêu trong bài học.

– Củng cố và nâng cao kĩ năng giải và biện luận phương trình có chứa tham số quy được về phương trình bậc nhất hoặc bậc hai.

– Phát triển tư duy trong quá trình giải và biện luận phương trình.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

1) Đây là bài học gần như không cung cấp thêm kiến thức mà chỉ cung cấp phương pháp giải toán cho học sinh. Do đó trong giờ này, hoạt động của học sinh là chủ yếu. Giáo viên chỉ có vai trò hướng dẫn, gợi ý, nhận xét, uốn nắn các sai sót mà học sinh mắc phải.

2) Do thời gian có hạn, trong bài chỉ giới thiệu hai dạng phương trình có tính chất điển hình về phương pháp giải.

– Dạng thứ nhất là $|ax + b| = |cx + d|$. Tất nhiên, dạng phương trình này có nhiều cách giải. Nói chung, cách giải đơn giản nhất theo chúng tôi là cách đưa về tuyển :

$$|ax + b| = |cx + d| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} ax + b = cx + d \\ ax + b = -(cx + d). \end{array}\right.$$

Do đó, cách này đã được trình bày đầy đủ trong sách. Ngoài ra, trong sách còn giới thiệu thêm cách bình phương hai vế để đưa về phương trình bậc hai. Cách này tuy khá đơn giản trong một số trường hợp nhưng trong nhiều trường hợp khác lại trở nên phức tạp về mặt tính toán.

– Dạng thứ hai là dạng phương trình có chứa ẩn ở mẫu thức. Học sinh cũng đã biết cách giải phương trình dạng này ở lớp dưới. Tuy nhiên, giải và biện luận phương trình có tham số ở dạng này thì phức tạp hơn nhiều. Khó khăn là ở chỗ, học sinh phải biết cách xét xem với giá trị nào của tham số thì mỗi giá trị tìm được của ẩn thoả mãn hay không thoả mãn điều kiện của phương trình. Từ đó mà có những kết luận đúng về tập nghiệm của phương trình ban đầu.

Chính vì tính chất điển hình của các phương pháp giải nêu trong bài học mà học sinh có thể giải được nhiều dạng phương trình khác như phương trình tích, phương trình có ẩn trong dấu căn bậc hai (dạng đơn giản) mà không cần có ví dụ giải mẫu.

III. GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

1) Trong ví dụ 1, khó khăn là ở chỗ tìm tập nghiệm của phương trình ban đầu trong từng trường hợp của tham số. Do đó, giáo viên cần tập trung thời gian để giải thích rõ vấn đề này. Trong sách đã đưa ra cách lập bảng. Cách này tuy cồng kềnh nhưng dễ làm và đảm bảo không bị nhầm lẫn. Sau này, khi học sinh đã quen thì có thể không cần lập bảng nữa.

2) Về cách giải 2 và hoạt động $\boxed{\textbf{H1}}$, nếu khả năng tiếp thu của học sinh không được tốt lắm, giáo viên có thể chưa cần đề cập đến trong giờ học. Sau này, sẽ giới thiệu cách này trong giờ chữa bài tập, nhưng cần chọn các bài không đòi hỏi tính toán phức tạp để đỡ mất thời gian.

3) Trong ví dụ 2, việc xét xem khi nào thì giá trị $x = \dfrac{-3}{m-2}$ thoả mãn điều kiện $x \neq 1$ có thể tiến hành bằng cách loại trừ những trường hợp của m mà $\dfrac{-3}{m-2} = 1$, nghĩa là loại trừ các nghiệm của phương trình $\dfrac{-3}{m-2} = 1$, ẩn là m. Như thế, thay vì giải "bất phương trình" $\dfrac{-3}{m-2} \neq 1$ như trong sách đã trình bày, ta sẽ giải phương trình ẩn m như đã nêu.

4) Ví dụ 3 là ví dụ đại diện cho các phương trình có điều kiện cho bởi một bất đẳng thức, cụ thể là $x > 2$. Trong sách đã trình bày biến đổi tương đương phương trình đã cho trong điều kiện $x > 2$. Ta cũng có thể xem $x > 2$ là một bất phương trình và trình bày ghép cùng với phương trình thành một hệ hỗn hợp như sau :

$$\frac{x^2 - 2(m+1)x + 6m - 2}{\sqrt{x-2}} = \sqrt{x-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - (2m+3)x + 6m = 0 \\ x > 2. \end{cases}$$

Tuy nhiên, các tác giả cho rằng cách trình bày này không thích hợp đối với đại đa số học sinh hiện nay.

5) *Gợi ý các hoạt động trên lớp và trả lời câu hỏi*

H1

	Nghiệm của (1a)	Nghiệm của (1b)	Nghiệm của (1)
$m = 1$	vô nghiệm	$\dfrac{-m+2}{m+1} = \dfrac{1}{2}$	$x = \dfrac{1}{2}$
$m = -1$	$\dfrac{m+2}{m-1} = -\dfrac{1}{2}$	vô nghiệm	$x = -\dfrac{1}{2}$
$m \neq \pm 1$	$\dfrac{m+2}{m-1}$	$\dfrac{-m+2}{m+1}$	$\dfrac{m+2}{m-1}$ và $\dfrac{-m+2}{m+1}$

Kết luận :

Khi $m = 1$, (1) có nghiệm $x = \dfrac{1}{2}$;

Khi $m = -1$, (1) có nghiệm $x = -\dfrac{1}{2}$;

Khi $m \neq \pm 1$, (1) có nghiệm $x = \dfrac{m+2}{m-1}$ và $x = \dfrac{-m+2}{m+1}$.

H2 • Khi $m = -1$, phương trình trở thành $6x + 3 = 0$, có nghiệm $x = -\dfrac{1}{2}$.

• Khi $m = 1$, phương trình trở thành $-6x + 3 = 0$, có nghiệm $x = \dfrac{1}{2}$.

• Khi $m \neq \pm 1$, phương trình có biệt thức $\Delta = \left(m^2 + 2\right)^2$ nên nó luôn có hai nghiệm phân biệt.

$$x = \frac{m^2 + 3m + 2}{m^2 - 1} = \frac{m+2}{m-1} \text{ và } x = \frac{-m^2 + 3m - 2}{m^2 - 1} = \frac{-m+2}{m+1}.$$

H3 Điều kiện của phương trình là $x \geq a$. Với điều kiện đó ta có

$$(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x - a} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - a = 0 \\ x^2 + 4x + 3 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a \\ x = -3 \\ x = -1. \end{array}\right.$$

Từ đó, phương trình đã cho có hai nghiệm khi và chỉ khi $-3 \leq a < -1$ (lúc đó, hai nghiệm là $x = a$ và $x = -1$). Vậy ta chọn phương án (B).

IV. GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

22. a) $x = 2$. *Gợi ý.* Với điều kiện $x \neq -\frac{1}{2}$, phương trình đã cho tương đương với :

$$2(x^2 - 1) = 2(2x + 1) - (x + 2) \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0.$$

b) Điều kiện: $x \neq 1$ và $x \neq -\frac{5}{3}$. Khi đó, ta có :

$$\frac{2x - 5}{x - 1} = \frac{5x - 3}{3x + 5} \Leftrightarrow (2x - 5)(3x + 5) = (5x - 3)(x - 1) \Leftrightarrow x^2 + 3x - 28 = 0.$$

Phương trình này có hai nghiệm $x = 4$ và $x = -7$; cả hai đều thoả mãn điều kiện trên nên đều là nghiệm của phương trình đã cho.

23. Điều kiện : $x \neq 4$.

a) Khi $m = 3$, dễ thấy phương trình nghiệm đúng với mọi $x \neq 4$.

b) Khi $m \neq 3$, với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{1}{x - 4} = m + 2. \qquad (*)$$

Từ đó, nếu $m = -2$ thì phương trình (*) vô nghiệm, kéo theo phương trình đã cho vô nghiệm ; nếu $m \neq -2$ thì phương trình (*) có nghiệm là

$$x = \frac{1}{m + 2} + 4 = \frac{4m + 9}{m + 2}.$$

Xét điều kiện $x \neq 4$, ta có $\frac{4m + 9}{m + 2} \neq 4 \Leftrightarrow m \neq -2$.

Kết luận

$m = -2$: phương trình đã cho vô nghiệm.

$m = 3$: phương trình nghiệm đúng với mọi $x \neq 4$.

$m \neq -2$ và $m \neq 3$: phương trình đã cho có nghiệm $x = \frac{4m + 9}{m + 2}$.

24. a) – Khi $a = 0$, phương trình vô nghiệm.

– Khi $a \neq 0$, phương trình có hai nghiệm $x = \frac{1}{a}$ và $x = -\frac{4}{a}$.

Gợi ý. $|2ax + 3| = 5 \Leftrightarrow 2ax + 3 = \pm 5 \Leftrightarrow 2ax = 2$ hoặc $2ax = -8$.

b) Điều kiện : $x \neq \pm 1$. Khi đó, phương trình đã cho tương đương với phương trình $f(x) = 0$, trong đó

$$f(x) = x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0. \quad (*)$$

Dễ thấy (*) là phương trình bậc hai với biệt thức $\Delta' = m - 1$. Do đó với $m \geq 1$, nó có hai nghiệm là $x_1 = m - \sqrt{m-1}$ và $x_2 = m + \sqrt{m-1}$.

Phương trình (*) nhận $x = 1$ là nghiệm nếu $f(1) = m^2 - 3m + 2 = 0$, tức là $m \in \{1 ; 2\}$. Ta xét cụ thể hơn :

• Nếu $m = 1$ thì phương trình (*) có nghiệm kép $x = 1$, nhưng không là nghiệm của phương trình đã cho do không thoả mãn điều kiện $x \neq 1$.

• Nếu $m = 2$ thì phương trình (*) có hai nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = 3$, trong đó chỉ có $x = 3$ là nghiệm của phương trình đã cho.

Phương trình (*) không bao giờ nhận -1 là nghiệm vì $f(-1) = m^2 + m + 2 \neq 0$ với mọi m.

Do đó, ta có kết luận sau :

• Với $m \leq 1$, phương trình đã cho vô nghiệm ;

• Với $m = 2$, phương trình có nghiệm duy nhất $x = 3$;

• Với $1 < m \neq 2$, phương trình có hai nghiệm

$$x_1 = m - \sqrt{m-1} \text{ và } x_2 = m + \sqrt{m-1}.$$