

§4. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT NHIỀU ẨN (3 tiết)

I. MỤC TIÊU

Giúp học sinh :

Về kiến thức

– Nắm vững khái niệm phương trình bậc nhất hai ẩn, hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn, *tập nghiệm* và ý nghĩa hình học của nó.

– Nắm được công thức giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn bằng định thức cấp hai.

Về kĩ năng

– Giải thành thạo phương trình bậc nhất hai ẩn và các hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, ba ẩn với hệ số bằng số.

– Lập và tính thành thạo các định thức cấp hai D , D_x và D_y từ một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn cho trước.

– Biết cách giải và biện luận hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có chứa tham số.

Về thái độ. Rèn luyện óc tư duy logic thông qua việc giải và biện luận hệ phương trình.

II. NHỮNG ĐIỂM CẦN LƯU Ý

1) Học sinh đã được học cách giải phương trình bậc nhất hai ẩn ở lớp dưới. Tuy nhiên, cần nhấn mạnh rằng phương trình này bao giờ cũng có vô số nghiệm (một trong hai ẩn có thể lấy giá trị tùy ý, ẩn còn lại phụ thuộc vào ẩn kia). Thường có hai cách biểu diễn công thức tổng quát của nghiệm, trừ trường hợp một trong hai hệ số của ẩn bằng không.

2) Ở lớp dưới, học sinh đã làm quen với các phương pháp cộng đại số và phương pháp thế để giải hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn. Do đó, nói chung trong bài này chỉ cần cho học sinh làm một vài bài tập để ôn lại hai phương pháp này (xem **H1**).

3) Trọng tâm của bài là phương pháp giải và biện luận hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng định thức cấp hai. Vì lí do sự phạm và thời gian hạn hẹp,

SGK đã không đi sâu vào vấn đề định thức ; chỉ xem nó như là một kí hiệu thuận tiện dùng để giải hệ phương trình mà thôi. Tuy nhiên, giáo viên cần hướng dẫn và luyện tập cho học sinh về cách lập và tính các định thức ấy đối với mỗi hệ phương trình cụ thể.

III. GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

1) Với 3 tiết, có thể phân bố thời gian như sau : Tiết thứ nhất chủ yếu để ôn tập kiến thức cũ (mục 1) ; tiết thứ hai để giảng nội dung trọng tâm (mục 2a, b) ; tiết thứ ba chủ yếu để thực hành (mục 3). Tất nhiên đó chỉ là gợi ý, còn khi thực hiện, giáo viên có thể tùy theo diễn biến của giờ học để tự điều chỉnh cho hợp lí hơn.

2) *Gợi ý về đồ dùng dạy học* : Để dạy học sinh cách thành lập các định thức D , D_x và D_y , giáo viên có thể tự làm lấy dụng cụ như sau :

a	x	+	b	y	=	c
a'	x	+	b'	y	=	c'

Tạo ra một tấm bảng kích thước khoảng $20 \text{ cm} \times 70 \text{ cm}$, gồm hai lớp. Một lớp bìa cứng được phủ bằng lớp giấy trong suốt, dán hay ghim lại thành bảy cột, cột thứ 3 và thứ 5 có viết sẵn hai dấu + và hai dấu = như hình trên (cột trắng). Làm năm tấm bìa kích thước $10 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$, có thể cài vào các cột tô màu còn lại, trên tấm thứ nhất có ghi (theo chiều dọc) a và a' , tấm thứ hai ghi x và x , Khi cài đầy đủ cả năm tấm bìa vào vị trí, ta có hình trên. Khi rút cột thứ 2 (cột ẩn x) và cột thứ 5 (cột ẩn y), ta được bảng các hệ số của hệ phương trình. Từ đó, ta có thể thay thế cột này bằng cột kia một cách thích hợp để mô tả sinh động cách lập các định thức của hệ phương trình.

3) *Gợi ý các hoạt động trên lớp và trả lời câu hỏi*

H1 a) $(x ; y) = (2 ; 1)$; b) Vô nghiệm ;

c) $(x ; y) = (x ; 3x - 1)$ với $x \in \mathbb{R}$.

Chú ý. Để đỡ mất thời gian trên lớp, có thể cho học sinh làm việc theo nhóm (bàn, tổ, ...), mỗi nhóm giải một hệ phương trình. Sau đó, giáo viên lấy kết quả của các nhóm và tổng kết. Hoạt động này chỉ nhằm ôn lại những kiến thức đã học.

H2 Ta chứng minh $(x ; y) = \left(\frac{D_x}{D} ; \frac{D_y}{D} \right)$, chẳng hạn, nghiệm đúng phương

trình $ax + by = c$. Muốn vậy, ta chỉ cần chứng minh $aD_x + bD_y = cD$.

Thật vậy, thay thế $D_x = cb' - c'b$ và $D_y = ac' - a'c$ vào vế phải, ta có :

$$\begin{aligned} aD_x + bD_y &= a(cb' - c'b) + b(ac' - a'c) \\ &= acb' - ba'c = c(ab' - a'b) = cD. \end{aligned} \quad (\text{đpcm})$$

Chú ý. Do phép biến đổi đã tiến hành chỉ cho ta hệ phương trình hệ quả (nhân hai vế của các phương trình với một số mà không có giả thiết các số này khác 0) nên ta phải thử lại nghiệm. Hoạt động này chính là việc thử lại nghiệm. Giáo viên có thể cho học sinh làm tại lớp hoặc hướng dẫn học sinh về nhà làm tùy theo thời gian có cho phép hay không.

H3 a) Trong định thức D , cột thứ nhất gồm các hệ số của x , cột thứ hai gồm các hệ số của y .

b) Trong định thức D_x , cột thứ nhất gồm các hệ số tự do, cột thứ hai gồm các hệ số của y . Trong định thức D_y , cột thứ nhất gồm các hệ số của x , cột thứ hai gồm các hệ số tự do.

H4 a) Ta có $D = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 4 \end{vmatrix} = 29$; $D_x = \begin{vmatrix} 13 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 58$; $D_y = \begin{vmatrix} 2 & 13 \\ 7 & 2 \end{vmatrix} = -87$.

$$\text{Do đó } x = \frac{D_x}{D} = \frac{58}{29} = 2; y = \frac{D_y}{D} = -\frac{87}{29} = -3.$$

Hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x ; y) = (2 ; -3)$.

H5 $(x ; y ; z) = (1 ; 3 ; -2)$.

Giải hệ (IV) : $D = 3$; $D_x = 3$; $D_y = 9$, từ đó $x = 1$; $y = 3$.

Suy ra nghiệm của hệ (III) là $(x ; y ; z) = (1 ; 3 ; -2)$.

Trong bài tập này, học sinh cũng có thể giải hệ (IV) bằng phương pháp cộng hoặc phương pháp thế.

H6 $(x ; y ; z) = (1 ; 2 ; -1)$. *Gợi ý.* Rút x từ phương trình (3) thế vào hai phương trình đầu, ta sẽ được hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

IV. GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

30. Phương án (C) : Tập nghiệm của hệ đã cho trùng với tập nghiệm của phương trình thứ nhất.

31. a) Ta có : $D = \begin{vmatrix} 5 & -4 \\ 7 & -9 \end{vmatrix} = -45 + 28 = -17 ;$

$$D_x = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 8 & -9 \end{vmatrix} = -27 + 32 = 5 \Rightarrow x = -\frac{5}{17} ;$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 40 - 21 = 19 \Rightarrow y = -\frac{19}{17}.$$

Vậy nghiệm của hệ là $(x ; y) = \left(-\frac{5}{17} ; -\frac{19}{17} \right)$.

b) $(\sqrt{3} ; -2\sqrt{2})$. *Gợi ý.* Ta có : $D = -1 ; D_x = -\sqrt{3} ; D_y = 2\sqrt{2}$.

32. a) $(x ; y) = (1 ; 0)$. *Gợi ý.* Đặt $\frac{2}{x} = X ; \frac{1}{y-1} = Y$, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 2X + Y = 3 \\ X - 2Y = 4. \end{cases}$$

Giải hệ trên, ta được $(X ; Y) = (2 ; -1)$. Từ đó suy ra nghiệm của hệ ban đầu.

b) $(x ; y) = \left(x ; \frac{5}{2}x \right)$ với $x \in \mathbb{R}^*$. *Gợi ý.* Với điều kiện $x \neq y$, ta có :

$$\begin{cases} \frac{3(x+y)}{x-y} = -7 \\ \frac{5x-y}{y-x} = \frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x+y) = -7(x-y) \\ 3(5x-y) = 5(y-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 4y = 0 \\ 20x - 8y = 0. \end{cases}$$

Tập nghiệm của hệ phương trình này trùng với tập nghiệm của phương trình

$10x - 4y = 0$. Vậy hệ có vô số nghiệm $(x ; y)$ tính theo công thức $\begin{cases} x \in \\ y = \frac{5}{2}x. \end{cases}$

Điều kiện $x \neq y$ thoả mãn khi và chỉ khi $x \neq 0$.

33. a) – Nếu $m \neq \pm 1$ thì hệ có một nghiệm $\left(\frac{m}{m-1}; \frac{1}{m-1}\right)$;

– Nếu $m = 1$ thì hệ vô nghiệm.

– Nếu $m = -1$ thì hệ có vô số nghiệm tính theo công thức $\begin{cases} x \in \\ y = -x. \end{cases}$

Gợi ý. $D = m^2 - 1$; $D_x = m(m+1)$; $D_y = m+1$.

b) – Nếu $a \neq -3$ thì hệ có một nghiệm $\left(-\frac{5}{a+3}; \frac{5(a+1)}{a+3}\right)$.

– Nếu $a = -3$ thì hệ vô nghiệm.

Gợi ý. $D = -(a+3)$; $D_x = 5$; $D_y = -5(a+1)$.

34. $(x; y; z) = (4; 5; 2)$. Gợi ý. Trừ từng vế phương trình thứ nhất vào hai phương trình sau thì được một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

35. $I_1 \approx 1,33$ A; $I_2 \approx 0,74$ A; $I_3 \approx 0,59$ A.

Gợi ý. Ta phải giải hệ phương trình

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ 0,25I_1 + 0,36I_2 = 0,6 \\ 0,36I_2 - 0,45I_3 = 0. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình và quy tròn kết quả đến hàng phần trăm.