

## §8. MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC HAI (2 tiết)

### I. MỤC TIÊU

Giúp học sinh :

*Về kiến thức.* Nắm vững cách giải các phương trình và bất phương trình (quy về bậc hai) chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối và một số phương trình và bất phương trình chứa ẩn trong dấu căn bậc hai.

*Về kĩ năng.* Giải thành thạo các phương trình và bất phương trình có dạng đã nêu.

### II. NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

1) Về phương trình và bất phương trình chứa ẩn trong dấu căn bậc hai, trong bài chỉ đưa ra các ví dụ và các bài tập đơn giản : Các phương trình và bất phương trình đều chỉ có một dấu căn bậc hai chứa ẩn. Đó là phương trình dạng

$$\sqrt{f(x)} = g(x), \quad (1)$$

và các bất phương trình dạng

$$\sqrt{f(x)} < g(x), \quad (2)$$

$$\sqrt{f(x)} > g(x), \quad (3)$$

trong đó  $f(x)$  và  $g(x)$  là hai đa thức hoặc phân thức cho trước.

Dễ thấy :

– Phương trình (1) tương đương với hệ

$$\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g^2(x). \end{cases}$$

– Bất phương trình (2) tương đương với hệ bất phương trình

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < g^2(x). \end{cases}$$

– Bất phương trình (3) tương đương với

$$(I) \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad (II) \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) > g^2(x). \end{cases}$$

Như vậy, tập nghiệm của bất phương trình (3) là hợp các tập nghiệm của hai hệ bất phương trình (I) và (II).

Khi giải các phương trình và bất phương trình loại này, giáo viên nên hướng dẫn học sinh lập được hệ bất phương trình tương đương với phương trình hoặc bất phương trình đã cho. Điều này sẽ giúp các em nắm chắc cách giải, ít mắc nhầm lẫn trong tính toán và trong nhiều trường hợp tránh được một vài tính toán không cần thiết.

2) Khi giải một số bài tập trong bài này, ta đã sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ. Việc đặt ẩn phụ đã được cho trong hướng dẫn sau đề bài của một số bài tập.

### III. GỢI Ý VỀ DẠY HỌC

1) *Dự kiến về phân phối thời gian*

Bài này dự kiến được thực hiện trong 2 tiết với nội dung giảng dạy của từng tiết như sau :

Tiết 1. Từ đầu đến hết **H2** .

Tiết 2. Phần còn lại của bài.

2) *Gợi ý các hoạt động trên lớp và trả lời câu hỏi*

**H1** *Mục đích.* Giúp học sinh bỏ dấu giá trị tuyệt đối, đưa việc giải phương trình đã cho về việc giải hai phương trình bậc hai.

Phương trình đã cho tương đương với :

$$(I) \begin{cases} x^2 - 8x + 15 \geq 0 \\ x^2 - 8x + 15 = x - 3 \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad (II) \begin{cases} x^2 - 8x + 15 < 0 \\ -(x^2 - 8x + 15) = x - 3. \end{cases}$$

Ta có :

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \text{ hoặc } x \geq 5 \\ x^2 - 9x + 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \text{ hoặc } x \geq 5 \\ x = 3 \text{ hoặc } x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3 \text{ hoặc } x = 6.$$

$$(II) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < x < 5 \\ x^2 - 7x + 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < x < 5 \\ x = 3 \text{ hoặc } x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$

Phương trình đã cho có ba nghiệm  $x = 3$ ,  $x = 4$  và  $x = 6$ .

**H2** *Mục đích.* Củng cố cho học sinh cách giải phương trình dạng  $\sqrt{f(x)} = g(x)$ . Giải tương tự như ví dụ 2 (SGK).

Phương trình đã cho tương đương với hệ

$$\begin{cases} x + 20 \geq 0 \\ x^2 + 56x + 80 = (x + 20)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -20 \\ 16x = 320 \end{cases} \Leftrightarrow x = 20.$$

Nghiệm của phương trình đã cho là  $x = 20$ .

**H3** *Mục đích.* Giúp học sinh củng cố cách giải bất phương trình dạng  $\sqrt{f(x)} < g(x)$ . **H3** được giải tương tự như ví dụ 3 (SGK).

Bất phương trình đã cho tương đương với hệ

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 15 \geq 0 \\ x - 3 > 0 \\ x^2 - 2x - 15 < (x - 3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \text{ hoặc } x \geq 5 \\ x > 3 \\ x < 6 \end{cases} \Leftrightarrow 5 \leq x < 6.$$

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $[5 ; 6)$ .

**H4** *Mục đích.* Củng cố cho học sinh cách giải bất phương trình dạng  $\sqrt{f(x)} > g(x)$ . **H4** được giải tương tự như ví dụ 4 (SGK).

Bất phương trình đã cho tương đương với :

$$(I) \begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ x + 2 < 0 \end{cases} \text{ hoặc } (II) \begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ x^2 - 1 > (x + 2)^2 \end{cases}.$$

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \text{ hoặc } x \geq 1 \\ x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow x < -2.$$

$$(II) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ 4x < -5 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x < -\frac{5}{4}.$$

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là

$$(-\infty ; -2) \cup \left[-2 ; -\frac{5}{4}\right) = \left(-\infty ; -\frac{5}{4}\right).$$

IV. GỢI Ý TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

65. a)  $x = -\frac{1}{11}$ . *Hướng dẫn.* Phương trình đã cho tương đương với :

$$(I) \begin{cases} x^2 - 5x + 4 \geq 0 \\ x^2 - 5x + 4 = x^2 + 6x + 5 \end{cases} \text{ hoặc } (II) \begin{cases} x^2 - 5x + 4 < 0 \\ -x^2 + 5x - 4 = x^2 + 6x + 5. \end{cases}$$

b)  $x = \frac{2}{3}$ .

c) Tập nghiệm của bất phương trình là  $[-1 ; 4]$ .

*Hướng dẫn.* Vì  $-x^2 + x - 1 < 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  nên bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình  $x^2 - x + 1 \leq 2x + 5$ .

d) Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình

$$(x^2 - x)^2 \leq (x^2 - 1)^2. \quad (*)$$

Ta có  $(*) \Leftrightarrow (x - 1)^2(2x + 1) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$ .

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

66. a)  $x = \sqrt{3} - 1$  ; b)  $x = 16$ .

c) Đặt  $y = \sqrt{x^2 + 2x}$ ,  $y \geq 0$ , ta được phương trình  $y = -2y^2 + 3$

$$\text{hay } 2y^2 + y - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = -\frac{3}{2}. \end{cases}$$

Chỉ có nghiệm  $y = 1$  thoả mãn điều kiện  $y \geq 0$ . Do đó, phương trình đã cho tương đương với phương trình  $\sqrt{x^2 + 2x} = 1$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{2}.$$

d)  $x = \frac{-3 \pm \sqrt{37}}{2}$ .

67. a)  $\left[2 ; \frac{7}{3}\right)$  ;

b)  $\left[\frac{5}{2} ; +\infty\right)$  ;

c)  $(-\infty ; -1 - \sqrt{3}) \cup (-1 + \sqrt{3} ; +\infty)$  ;

d)  $(-\infty ; -2]$ .

68. a) Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi  $|x^2 + 3x - 4| - x + 8 \geq 0$ .

Bất phương trình trên tương đương với :

$$(I) \begin{cases} x^2 + 3x - 4 \geq 0 \\ x^2 + 3x - 4 - x + 8 \geq 0 \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad (II) \begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \\ -x^2 - 3x + 4 - x + 8 \geq 0. \end{cases}$$

Ta có :

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -4 \text{ hoặc } x \geq 1, \\ x \in \end{cases} \Leftrightarrow x \leq -4 \text{ hoặc } x \geq 1.$$

$$(II) \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x < 1 \\ x^2 + 4x - 12 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x < 1 \\ -6 \leq x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < x < 1.$$

Tập xác định của hàm số đã cho là  $(-\infty; -4] \cup [1; +\infty) \cup (-4; 1) = \mathbb{R}$ .

b)  $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (3; +\infty)$ .

*Hướng dẫn.* Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi  $\frac{x^2 + x + 1}{|2x - 1| - x - 2} \geq 0$ .

Vì  $x^2 + x + 1 > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  nên bất phương trình trên tương đương với bất phương trình  $|2x - 1| - x - 2 > 0$ .

c)  $\left[0; \frac{7 - \sqrt{29}}{2}\right) \cup \left(\frac{7 + \sqrt{29}}{2}; +\infty\right)$ .

*Hướng dẫn.* Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi

$$\frac{1}{x^2 - 7x + 5} - \frac{1}{x^2 + 2x + 5} \geq 0. \quad (*)$$

Ta có  $(*) \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x + 5 - (x^2 - 7x + 5)}{(x^2 - 7x + 5)(x^2 + 2x + 5)} \geq 0$

$$\Leftrightarrow \frac{9x}{(x^2 - 7x + 5)(x^2 + 2x + 5)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x}{x^2 - 7x + 5} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{7 - \sqrt{29}}{2} \text{ hoặc } x > \frac{7 + \sqrt{29}}{2}.$$

d)  $(-\infty; -2] \cup [23; +\infty)$ .