LUYỆN TẬP (1 tiết)

Gợi ý trả lời câu hỏi và bài tập

30. Có, vì $2594^o = 7 \,.\, 360^o + 74^o$;

$$-646^o = -2 \,.\, 360^o + 74^o \;;$$

$$-2446^o = -7 \,.\, 360^o + 74^o.$$

31. Ở bài này, học sinh không được dùng máy tính bỏ túi.

$\cos 250^o < 0$ vì $180^o < 250^o < 270^o$;

$\tan(-672^o) = \tan(-720^o + 48^o) = \tan 48^o > 0$ vì $0^o < 48^o < 90^o$;

$\tan\dfrac{31\pi}{8} = \tan\left(4\pi - \dfrac{\pi}{8}\right) = \tan\left(-\dfrac{\pi}{8}\right) = -\tan\dfrac{\pi}{8} < 0$ vì $0 < \dfrac{\pi}{8} < \dfrac{\pi}{2}$;

$\sin(-1050^o) = \sin(-3 \,.\, 360^o + 30^o) = \sin 30^o > 0$ vì $0^o < 30^o < 90^o$ (vả lại thấy ngay $\sin 30^o = \dfrac{1}{2}$) ;

$\cos\dfrac{16\pi}{5} = \cos\left(3\pi + \dfrac{\pi}{5}\right) = -\cos\dfrac{\pi}{5} < 0$ vì $0 < \dfrac{\pi}{5} < \dfrac{\pi}{2}$.

32. a) $\sin\alpha = \dfrac{4}{5}$ và $\cos\alpha < 0$ thì

$$\cos\alpha = -\sqrt{1-\sin^2\alpha} = -\frac{3}{5}\ ;\ \tan\alpha = -\frac{4}{3}\ ;\ \cot\alpha = -\frac{3}{4}.$$

b) $\cos\alpha = -\dfrac{8}{17}$ và $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \dfrac{15}{17}$; $\tan\alpha = -\dfrac{15}{8}$, $\cot\alpha = -\dfrac{8}{15}$.

c) $\tan\alpha = \sqrt{3}$ và $\pi < \alpha < \dfrac{3\pi}{2}$ thì $\cos\alpha < 0$, $\cos\alpha = -\dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}} = -\dfrac{1}{2}$;

$\sin\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $\cot\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$(thực ra dễ thấy $\alpha = \dfrac{4\pi}{3} + k2\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$ nên suy ra ngay các kết quả mà không cần sử dụng công thức lượng giác cơ bản).

33. a) $\sin\dfrac{25\pi}{6} = \sin\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{1}{2}$; $\cos\dfrac{25\pi}{3} = \cos\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{1}{2}$;

$\tan\left(-\dfrac{25\pi}{4}\right) = -\tan\dfrac{\pi}{4} = -1$. Vậy $\sin\dfrac{25\pi}{6} + \cos\dfrac{25\pi}{3} + \tan\left(-\dfrac{25\pi}{4}\right) = 0$.

b) $\sin(\pi+\alpha) = -\dfrac{1}{3} \Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{1}{3}$; $\cos(2\pi-\alpha) = \cos\alpha = \pm\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$;

$\tan(\alpha - 7\pi) = \tan\alpha = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{4}$; $\sin\left(\dfrac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos\alpha = \mp\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

34. a) $1 - 2\sin\alpha\cos\alpha = \cos^2\alpha\left(\dfrac{1}{\cos^2\alpha} - 2\tan\alpha\right)$

$$= \cos^2\alpha(1+\tan^2\alpha - 2\tan\alpha) = \cos^2\alpha(1-\tan\alpha)^2,$$

$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos^2\alpha(1-\tan^2\alpha)$.

Vậy $\dfrac{1-2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} = \dfrac{(1-\tan\alpha)^2}{1-\tan^2\alpha} = \dfrac{1-\tan\alpha}{1+\tan\alpha}$.

b) $\tan^2\alpha - \sin^2\alpha = \tan^2\alpha(1-\cos^2\alpha) = \tan^2\alpha\sin^2\alpha$.

c) $2(1-\sin\alpha)(1+\cos\alpha) = 2 - 2\sin\alpha + 2\cos\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha$

$$= 1 + \sin^2\alpha + \cos^2\alpha - 2\sin\alpha + 2\cos\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$= (1 - \sin\alpha + \cos\alpha)^2.$$

35. $\sin^3\alpha - \cos^3\alpha = (\sin\alpha - \cos\alpha)^3 + 3\sin\alpha\cos\alpha(\sin\alpha - \cos\alpha)$

$$= (\sin\alpha - \cos\alpha)^3 + 3.\frac{1}{2}[1-(\sin\alpha - \cos\alpha)^2](\sin\alpha - \cos\alpha)$$

$$= m^3 + \frac{3}{2}(1-m^2)m = \frac{m}{2}(3-m^2).$$

36. Xem hình 6.6.

a) Ta có $AM^2 = \overline{AH}.\overline{AA'} = (\overline{AO} + \overline{OH}).\overline{AA'} = (-1+\cos2\alpha).(-2)$

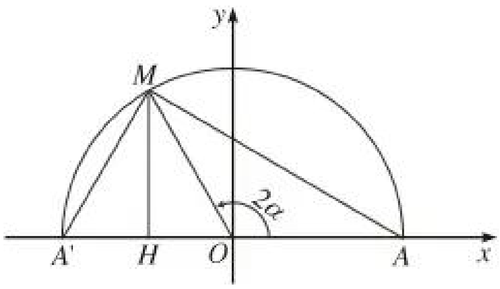
$$= 2(1-\cos2\alpha).$$

Lại có $AM^2 = A'A^2.\sin^2\alpha = 4\sin^2\alpha$.

Vậy $2\sin^2\alpha = 1 - \cos2\alpha$.

b) Ta có

$S_{A'MA} = \frac{1}{2}A'A.MH = MH = \sin2\alpha.$



Hình 6.6

Lại có $S_{A'MA} = \frac{1}{2}A'M.AM$

$$= \frac{1}{2}A'A\cos\alpha.A'A\sin\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha.$$

Vậy $\sin2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$.

Chú ý. Thực ra, các công thức nói ở a) và b) đúng cho mọi góc α, xem §4.

c) • $\cos\frac{\pi}{4} = 1 - 2\sin^2\frac{\pi}{8}$ nên $\sin^2\frac{\pi}{8} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{2-\sqrt{2}}{4}$.

Từ đó $\sin\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.

• $\cos\frac{\pi}{4} = 2\cos^2\frac{\pi}{8} - 1$ nên $\cos^2\frac{\pi}{8} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$;

$\cos\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ (để tính $\cos\frac{\pi}{8}$ cũng có thể dùng $\cos\frac{\pi}{8} = \sqrt{1-\sin^2\frac{\pi}{8}}$).

- $\dfrac{3\pi}{8} = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi}{8}$ nên $\cos\dfrac{3\pi}{8} = \sin\dfrac{\pi}{8}$; $\sin\dfrac{3\pi}{8} = \cos\dfrac{\pi}{8}$;

$\tan\dfrac{3\pi}{8} = \cot\dfrac{\pi}{8} = \sqrt{2} + 1$; $\cot\dfrac{3\pi}{8} = \tan\dfrac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$.

- $\dfrac{5\pi}{8} = \dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\pi}{8}$ nên $\cos\dfrac{5\pi}{8} = -\sin\dfrac{\pi}{8}$; $\sin\dfrac{5\pi}{8} = \cos\dfrac{\pi}{8}$;

$\tan\dfrac{5\pi}{8} = -\cot\dfrac{\pi}{8}$; $\cot\dfrac{5\pi}{8} = -\tan\dfrac{\pi}{8}$.

37. a) Vectơ $\overrightarrow{OM}$ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{OP}$ và $\left|\overrightarrow{OM}\right| = \left|\dfrac{\overrightarrow{OP}}{\left|\overrightarrow{OP}\right|}\right| = \dfrac{\left|\overrightarrow{OP}\right|}{\left|\overrightarrow{OP}\right|} = 1$ nên M là giao của tia OP với đường tròn lượng giác.

b) $\left|\overrightarrow{OP}\right| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$ nên $\overrightarrow{OM}$ có toạ độ $\left(\dfrac{2}{\sqrt{13}} ; \dfrac{-3}{\sqrt{13}}\right)$. Vậy

$\cos(Ox, OP) = \dfrac{2}{\sqrt{13}}, \sin(Ox, OP) = -\dfrac{3}{\sqrt{13}}$.