B. LỜI GIẢI - HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

§1, §2, §3 : Vectơ, tổng và hiệu của hai vectơ

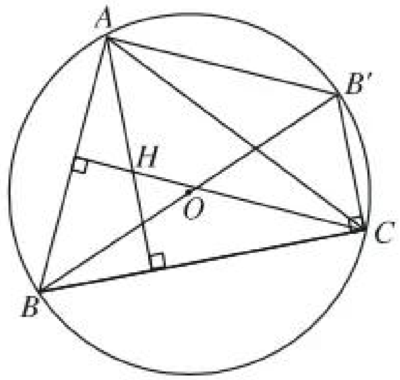
1. Có. Đó là vectơ-không.

2. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng khi A không nằm giữa B và C, ngược hướng khi A nằm giữa B và C.

3. Nếu $\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{b}$ và $\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{c}$ thì $\vec{b}$ và $\vec{c}$ cùng hướng. Vậy có ít nhất một cặp vectơ cùng hướng.

4. (h. 3) Hãy chứng tỏ rằng $AHCB'$ là hình bình hành.

Từ đó suy ra $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}$ và $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{HC}$.

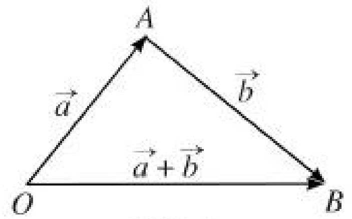


Hình 3

5. (h. 4) Từ điểm O bất kì, ta vẽ $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, vì $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nên ba điểm O, A, B không thẳng hàng. Khi đó, trong tam giác OAB ta có :

$$OA - AB < OB < OA + AB$$

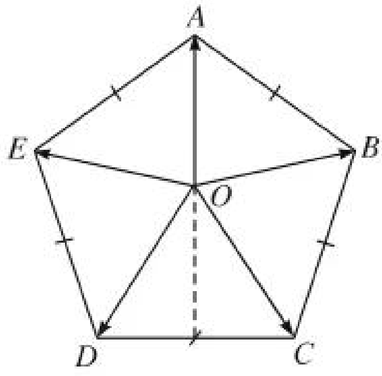
hay là $|\vec{a}| - |\vec{b}| < |\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a}| + |\vec{b}|$.



Hình 4

6. Theo quy tắc hình bình hành, vectơ $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ nằm trên đường chéo của hình bình hành có hai cạnh là OA và OB. Vậy OM nằm trên đường phân giác của góc AOB khi và chỉ khi hình bình hành đó là hình thoi, tức là $OA = OB$. Ta có $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$ nên $\overrightarrow{ON}$ nằm trên đường phân giác ngoài của góc AOB khi và chỉ khi $ON \perp OM$ hay $BA \perp OM$, tức là $OAMB$ là hình thoi, hay $OA = OB$.

7. (h. 5)



Hình 5

Đặt $\vec{u} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE}$.

Ta có thể viết :

$$\vec{u} = \overrightarrow{OA} + (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OE}) + (\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}).$$

Vì OA là phân giác của góc BOE và $OB = OE$ nên tổng $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OE}$ là một vectơ nằm trên đường thẳng OA.

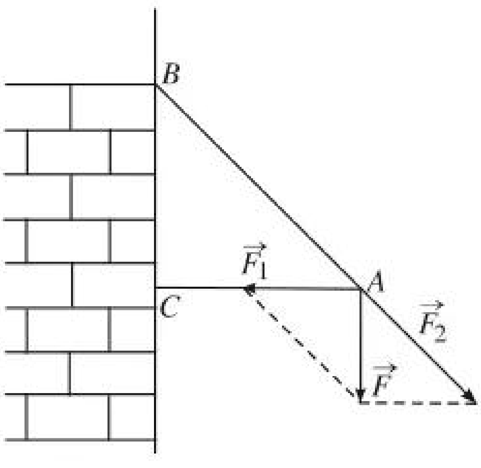
Tương tự, vectơ tổng $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$ là một vectơ cũng nằm trên đường thẳng OA. Vậy $\vec{u}$ là một vectơ nằm trên đường thẳng OA. Chứng minh hoàn toàn tương tự, ta có $\vec{u}$ cũng là một vectơ nằm trên đường thẳng OB. Từ đó suy ra $\vec{u}$ phải là vectơ - không : $\vec{u} = \vec{0}$.

Một cách tổng quát, ta có thể chứng minh mệnh đề :

Nếu $A_1A_2....A_n$ là n - giác đều tâm O thì $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + ... + \overrightarrow{OA_n} = \vec{0}$.

8. Ta có :

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$$
$$= \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{C'C}$$
$$= \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$$
$$= \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'}.$$



Hình 6

9. (h. 6) Tại điểm A có lực kéo $\vec{F}$ hướng thẳng đứng xuống dưới với cường độ 5N. Ta có thể xem $\vec{F}$ là tổng của hai vectơ $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ lần lượt nằm trên hai đường thẳng AC và AB. Dễ dàng thấy rằng

$$\left|\overrightarrow{F_1}\right| = \left|\overrightarrow{F}\right| \text{ và } \left|\overrightarrow{F_2}\right| = \left|\overrightarrow{F}\right|\sqrt{2}.$$

Vậy, có một lực ép vuông góc với bức tường tại điểm C với cường độ 5N, và một lực kéo bức tường tại điểm B theo hướng $\overrightarrow{BA}$ với cường độ $5\sqrt{2}$ N.

10. Lấy một điểm O nào đó, ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n} &= \overrightarrow{OB_1} - \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_2} - \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n} - \overrightarrow{OA_n} \\ &= \left(\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n}\right) - \left(\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_n}\right).\end{aligned}$$

Vì n điểm $B_1, B_2, \dots, B_n$ cũng là n điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$ nhưng được kí hiệu một cách khác, cho nên ta có

$$\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + \dots + \overrightarrow{OB_n} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \dots + \overrightarrow{OA_n}.$$

Suy ra $\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + \dots + \overrightarrow{A_nB_n} = \vec{0}$.