

B. LỜI GIẢI - HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

§1. Giá trị lượng giác của một góc bất kì (từ 0° đến 180°)

1. a) Biểu thức không xác định khi $\cos a + \sin a = 0$ hay $a = 135^\circ$.
 b) Chia cả tử và mẫu của biểu thức cho $\cos a \neq 0$, ta tính được $P = 5$.
2. a) Lưu ý $\cos 0^\circ + \cos 180^\circ = \cos 20^\circ + \cos 160^\circ = \dots = \cos 80^\circ + \cos 100^\circ = 0$.
 b) Lưu ý $\tan 5^\circ \cdot \tan 85^\circ = \tan 10^\circ \cdot \tan 80^\circ = \dots = \tan 45^\circ = 1$.
 ĐS : a) 0 ; b) 1.

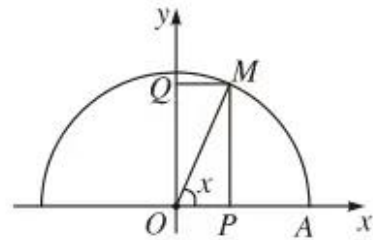
3. (h. 26) a) $\sin x = \overline{OQ}$, $\cos x = \overline{OP}$,
 $\sin^2 x + \cos^2 x = OQ^2 + OP^2 = OM^2 = 1$.

b) $\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

c) $\cos x = \pm \sqrt{1 - \sin^2 x} = \pm \sqrt{0,91}$.

d) Giải hệ $\begin{cases} \sin x - \cos x = \frac{2}{3} \\ \sin^2 x + \cos^2 x = 1. \end{cases}$

ĐS : $\sin x = \frac{\sqrt{14} + 2}{6}$; $\cos x = \frac{\sqrt{14} - 2}{6}$.



Hình 26

4. a) $1 + \tan^2 a = 1 + \frac{\sin^2 a}{\cos^2 a} = \frac{\cos^2 a + \sin^2 a}{\cos^2 a} = \frac{1}{\cos^2 a}$.

b) Áp dụng $\tan x \cdot \cot x = 1$ để tính $\cot x$.

Áp dụng câu a) ta có $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + (-5)^2 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{26}$.

Vì $\tan x < 0$ nên $\cos x < 0$, suy ra $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{26}}$.

Từ $\sin x = \cos x \cdot \tan x$, hãy tính $\sin x$.

ĐS : $\cot x = -\frac{1}{5}$, $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{26}}$, $\sin x = \frac{5}{\sqrt{26}}$.

5. a) $1 + \cot^2 a = 1 + \frac{\cos^2 a}{\sin^2 a} = \frac{\sin^2 a + \cos^2 a}{\sin^2 a} = \frac{1}{\sin^2 a}$.

b) $DS : \tan b = \frac{1}{3}, \sin b = \frac{1}{\sqrt{10}}, \cos b = \frac{3}{\sqrt{10}}.$

6. a) $\cos^2 15^\circ = 1 - \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \right)^2 = \frac{8 + 2\sqrt{12}}{16}$
 $= \frac{(\sqrt{6})^2 + 2\sqrt{6}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}{16} = \frac{(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2}{16}.$

Do $15^\circ < 90^\circ$ nên $\cos 15^\circ > 0$, suy ra $\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$

$\tan 15^\circ = \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2}{6 - 2} = 2 - \sqrt{3}.$

b) $2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ = 2 \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \cdot \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ.$

7. a) Bình phương hai vế và áp dụng bài 3a). $DS: \sin x \cos x = \frac{m^2 - 1}{2}.$

b) $\sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x)^2 + (\cos^2 x)^2 = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$
 $= 1 - \frac{(m^2 - 1)^2}{2} = \frac{1 + 2m^2 - m^4}{2}.$

c) Viết lại $\sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x)^3 + (\cos^2 x)^3$ rồi sử dụng hằng đẳng thức $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b).$

$$DS : \frac{-3m^4 + 6m^2 + 1}{4}.$$

d) Từ giả thiết suy ra $\sin x = m - \cos x$. Lại có $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

Từ đó dẫn đến $\cos x$ là nghiệm của phương trình $2t^2 - 2mt + m^2 - 1 = 0$ nên $\Delta' \geq 0$, từ đó suy ra $m^2 \leq 2$ hay $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}.$

8. a) $\tan^2 a + \cot^2 a = (\tan a + \cot a)^2 - 2 \tan a \cot a = k^2 - 2.$

b) $\tan^4 a + \cot^4 a = (\tan^2 a + \cot^2 a)^2 - 2 \tan^2 a \cot^2 a = (k^2 - 2)^2 - 2$
 $= k^4 - 4k^2 + 2.$

$$\begin{aligned}
\text{c) } \tan^6 a + \cot^6 a &= (\tan^2 a + \cot^2 a)^3 - 3\tan^2 a \cdot \cot^2 a (\tan^2 a + \cot^2 a) \\
&= (k^2 - 2)^3 - 3(k^2 - 2) \\
&= (k^2 - 2)(k^4 - 4k^2 + 1).
\end{aligned}$$

d) *Cách 1.* Do $\tan a$ và $\cot a$ cùng dấu nên $|\tan a + \cot a| = |\tan a| + |\cot a|$ mà $|\tan a| + |\cot a| \geq 2\sqrt{|\tan a| \cdot |\cot a|} = 2$, suy ra $|\tan a + \cot a| \geq 2$ hay $|k| \geq 2$.

Cách 2. Thay $\cot a = \frac{1}{\tan a}$ dẫn đến $\tan^2 a - k \tan a + 1 = 0$. Vậy $\tan a$ là nghiệm của phương trình $x^2 - kx + 1 = 0$ nên $\Delta = k^2 - 4 \geq 0$ hay $|k| \geq 2$.