

# C h u ơ n g III.

## PHƯƠNG PHÁP TOÀ ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

### A. CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN VÀ ĐỀ BÀI

#### § . Phương trình tổng quát của đường thẳng

##### I - CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. • Phương trình tổng quát của đường thẳng có dạng  $ax + by + c = 0$  ( $a^2 + b^2 \neq 0$ );  $\vec{n} = (a; b)$  là một vectơ pháp tuyến.

*Đặc biệt :*

- Khi  $b = 0$  thì đường thẳng  $ax + c = 0$  song song hoặc trùng với  $Oy$  (h. 79a);
  - Khi  $a = 0$  thì đường thẳng  $by + c = 0$  song song hoặc trùng với  $Ox$  (h. 79b);
  - Khi  $c = 0$  thì đường thẳng  $ax + by = 0$  đi qua gốc toạ độ (h. 79c).
- Đường thẳng đi qua  $M(x_0; y_0)$  và nhận  $\vec{n} = (a; b)$  làm vectơ pháp tuyến có phương trình

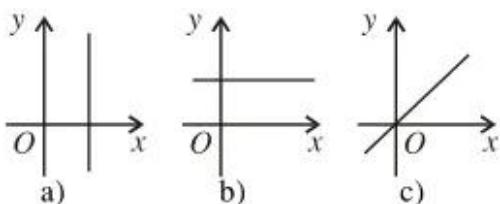
$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0.$$

2. Đường thẳng cắt trục  $Ox$  tại  $A(a; 0)$  và  $Oy$  tại  $B(0; b)$  ( $a$  và  $b$  khác 0) có phương trình theo đoạn chẵn  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  (h. 80).

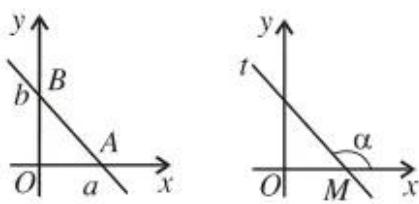
3. • Phương trình đường thẳng theo hệ số góc có dạng  $y = kx + b$ , trong đó  $k = \tan \alpha$  với  $\alpha$  là góc giữa tia  $Mt$  (phản của đường thẳng nằm phía trên  $Ox$ ) với tia  $Mx$  (h. 81).

• Đường thẳng qua  $M(x_0; y_0)$  và có hệ số góc là  $k$  thì có phương trình :

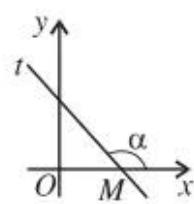
$$y - y_0 = k(x - x_0).$$



Hình 79



Hình 80



Hình 81

#### 4. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng  $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$  và  $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ .

$$\text{Đặt } D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}; \quad D_x = \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}; \quad D_y = \begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix}. \text{ Khi đó}$$

$$\Delta_1 \text{ cắt } \Delta_2 \Leftrightarrow D \neq 0;$$

$$\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow D = 0 \text{ và } D_x \neq 0 \text{ (hoặc } D_y \neq 0\text{);}$$

$$\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow D = D_x = D_y = 0.$$

Đặc biệt khi  $a_2, b_2, c_2$  khác 0 thì

$$\Delta_1 \text{ cắt } \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}; \quad \Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2};$$

$$\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}.$$

## II – ĐỀ BÀI

1. Viết phương trình các đường cao của tam giác  $ABC$  biết  $A(-1 ; 2)$ ,  $B(2 ; -4)$ ,  $C(1 ; 0)$ .
2. Viết phương trình các đường trung trực của tam giác  $ABC$  biết  $M(-1 ; 1)$ ,  $N(1 ; 9)$ ,  $P(9 ; 1)$  là các trung điểm của ba cạnh tam giác.
3. Cho đường thẳng  $\Delta : ax + by + c = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta'$  đối xứng với đường thẳng  $\Delta$  :
  - a) Qua trục hoành ;    b) Qua trục tung ;    c) Qua gốc toạ độ.
4. Cho điểm  $A(1; 3)$  và đường thẳng  $\Delta : x - 2y + 1 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng đối xứng với  $\Delta$  qua  $A$ .
5. Xét vị trí tương đối của mỗi cặp đường thẳng sau :
  - a)  $d_1 : 2x - 5y + 6 = 0$  và  $d_2 : -x + y - 3 = 0$  ;
  - b)  $d_1 : -3x + 2y - 7 = 0$  và  $d_2 : 6x - 4y - 7 = 0$  ;
  - c)  $d_1 : \sqrt{2}x + y - 3 = 0$  và  $d_2 : 2x + \sqrt{2}y - 3\sqrt{2} = 0$  ;
  - d)  $d_1 : (m - 1)x + my + 1 = 0$  và  $d_2 : 2x + y - 4 = 0$ .
6. Biện luận vị trí tương đối của hai đường thẳng sau theo tham số  $m$ 

$$\Delta_1 : 4x - my + 4 - m = 0;$$

$$\Delta_2 : (2m + 6)x + y - 2m - 1 = 0.$$

7. Cho điểm  $A(-1 ; 3)$  và đường thẳng  $\Delta$  có phương trình  $x - 2y + 2 = 0$ .  
 Dựng hình vuông  $ABCD$  sao cho hai đỉnh  $B, C$  nằm trên  $\Delta$  và các toạ độ của đỉnh  $C$  đều dương.
- a) Tìm toạ độ các đỉnh  $B, C, D$  ;  
 b) Tính chu vi và diện tích của hình vuông  $ABCD$ .
8. Chứng minh rằng diện tích  $S$  của tam giác tạo bởi đường thẳng  $\Delta : ax + by + c = 0$  ( $a, b, c$  khác 0) với các trục toạ độ được tính bởi công thức :  $S = \frac{c^2}{2|ab|}$ .
9. Lập phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $P(6 ; 4)$  và tạo với hai trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng 2.
10. Lập phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $Q(2 ; 3)$  và cắt các tia  $Ox, Oy$  tại hai điểm  $M, N$  khác điểm  $O$  sao cho  $OM + ON$  nhỏ nhất.
11. Cho điểm  $M(a ; b)$  với  $a > 0, b > 0$ . Viết phương trình đường thẳng qua  $M$  và cắt các tia  $Ox, Oy$  lần lượt tại  $A, B$  sao cho tam giác  $OAB$  có diện tích nhỏ nhất.
12. Cho hai đường thẳng  $d_1 : 2x - y - 2 = 0, d_2 : x + y + 3 = 0$  và điểm  $M(3 ; 0)$ .
- a) Tìm toạ độ giao điểm của  $d_1$  và  $d_2$ .  
 b) Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $M$ , cắt  $d_1$  và  $d_2$  lần lượt tại điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .
13. Cho tam giác  $ABC$  có  $A(0 ; 0), B(2 ; 4), C(6 ; 0)$  và các điểm :  $M$  trên cạnh  $AB, N$  trên cạnh  $BC, P$  và  $Q$  trên cạnh  $AC$  sao cho  $MNQP$  là hình vuông.  
 Tìm toạ độ các điểm  $M, N, P, Q$ .