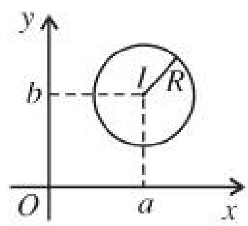
§4. Đường tròn

I – CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN



Hình 82

1. • Phương trình đường tròn tâm I(a; b), bán kính R có dạng :

$$(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$$

hay dạng khai triển :

$$x^2+y^2-2ax-2by+c=0 \text{ với } c=a^2+b^2-R^2.$$

• *Phương trình* $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ *với điều kiện* $a^2+b^2-c>0$, *là phương trình đường tròn tâm* $I(a;b)$, *bán kính* $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$ *(h. 82).*

2. Cho đường tròn $(\mathscr{C})$ *tâm* $I(a;b)$, *bán kính R và đường thẳng* $\Delta : \alpha x+\beta y+\gamma=0$.

Δ *tiếp xúc với* $(\mathscr{C}) \Leftrightarrow d(I;\Delta)=R \Leftrightarrow \dfrac{|\alpha a+\beta b+\gamma|}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}=R.$

II – ĐỀ BÀI

42. Tìm toạ độ tâm và tính bán kính của các đường tròn sau

a) $(x+4)^2+(y-2)^2=7$;

b) $(x-5)^2+(y+7)^2=15$;

c) $x^2+y^2-6x-4y=36$;

d) $x^2+y^2-10x-10y=55$;

e) $x^2+y^2+8x-6y+8=0$;

f) $x^2+y^2+4x+10y+15=0$.

43. Viết phương trình đường tròn đường kính AB trong các trường hợp sau

a) $A(7\,;-3)$; $B(1\,;7)$;

b) $A(-3\,;2)$; $B(7\,;-4)$.

44. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $A=(1\,;3)$, $B=(5\,;6)$, $C=(7\,;0)$.

45. Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác ABC biết phương trình các cạnh $AB : 3x+4y-6=0$; $AC : 4x+3y-1=0$; $BC : y=0$.

46. Biện luận theo m vị trí tương đối của đường thẳng $\Delta_m : x-my+2m+3=0$ và đường tròn $(\mathscr{C}) : x^2+y^2+2x-2y-2=0$.

47. Cho ba điểm $A(-1;0)$, $B(2\,;4)$, $C(4\,;1)$.

a) Chứng minh rằng tập hợp các điểm M thoả mãn $3MA^2+MB^2=2MC^2$ là một đường tròn $(\mathscr{C})$. Tìm toạ độ tâm và tính bán kính của $(\mathscr{C})$.

b) Một đường thẳng Δ thay đổi đi qua A cắt $(\mathscr{C})$ tại M và N. Hãy viết phương trình của Δ sao cho đoạn MN ngắn nhất.

48. Viết phương trình đường tròn tiếp xúc với các trục toạ độ và

a) Đi qua $A(2\ ;-1)$;

b) Có tâm thuộc đường thẳng $3x - 5y - 8 = 0$.

49. Viết phương trình đường tròn tiếp xúc với trục hoành tại điểm $A(6\ ;\ 0)$ và đi qua điểm $B(9\ ;\ 9)$.

50. Viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(-1\ ;\ 0)$, $B(1\ ;\ 2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $x - y - 1 = 0$.

51. Viết phương trình đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn $(\mathscr{C})$ tại $A \in (\mathscr{C})$ trong mỗi trường hợp sau rồi sau đó vẽ Δ và $(\mathscr{C})$ trên cùng hệ trục toạ độ

a) $(\mathscr{C}) : x^2 + y^2 = 25, A(3\ ;\ 4)$; d) $(\mathscr{C}) : x^2 + y^2 = 80$, $A(-4\ ;-8)$;

b) $(\mathscr{C}) : x^2 + y^2 = 100,\ A(-8\ ;\ 6)$; e) $(\mathscr{C}) : (x-3)^2 + (y+4)^2 = 169, A(8\ ;-16)$;

c) $(\mathscr{C}) : x^2 + y^2 = 50,\ A(5\ ;-5)$; f) $(\mathscr{C}) : (x+5)^2 + (y-9)^2 = 289, A(-13\ ;-6)$.

52. Cho đường tròn $(\mathscr{C}) : (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ và điểm $M_0(x_0\ ;\ y_0) \in (\mathscr{C})$.

Chứng minh rằng tiếp tuyến Δ của đường tròn $(\mathscr{C})$ tại M_0 có phương trình :

$$(x_0 - a)(x - a) + (y_0 - b)(y - b) = R^2.$$

53. Cho đường tròn $(\mathscr{C}) : x^2 + y^2 - 2x + 6y + 5 = 0$ và đường thẳng d :

$2x + y - 1 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của $(\mathscr{C})$, biết Δ song song với d ; Tìm toạ độ tiếp điểm.

54. Cho đường tròn $(\mathscr{C}) : x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ và điểm $A(1\ ;\ 3)$.

a) Chứng minh rằng A ở ngoài đường tròn ;

b) Viết phương trình tiếp tuyến của $(\mathscr{C})$ kẻ từ A ;

c) Gọi T_1, T_2 là các tiếp điểm ở câu b), tính diện tích tam giác AT_1T_2.

55. Cho đường tròn $(\mathscr{C})$ có phương trình $x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của $(\mathscr{C})$ trong mỗi trường hợp sau

a) Δ tiếp xúc với $(\mathscr{C})$ tại $M(2\ ;\ 1)$;

b) Δ vuông góc với đường thẳng $d : 3x - 4y + 1 = 0$;

c) Δ đi qua $A(2\ ;\ 6)$.

56. Cho hai đường tròn

$(\mathscr{C}_1) : x^2 + y^2 - 4x - 8y + 11 = 0$ và $(\mathscr{C}_2) : x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$.

a) Xét vị trí tương đối của $(\mathscr{C}_1)$ và $(\mathscr{C}_2)$.

b) Viết phương trình tiếp tuyến chung của $(\mathscr{C}_1)$ và $(\mathscr{C}_2)$.

57. Cho n điểm $A_1(x_1; y_1), A_2(x_2; y_2), \ldots, A_n(x_n; y_n)$ và $n + 1$ số : $k_1, k_2, \ldots, k_n, k$ thoả mãn $k_1 + k_2 + \ldots + k_n \neq 0$. Tìm tập hợp các điểm M sao cho

$$k_1 MA_1^2 + k_2 MA_2^2 + \ldots + k_n MA_n^2 = k.$$

58. Cho đường cong $(\mathscr{C}_m)$ có phương trình :

$$x^2 + y^2 + (m + 2)x - (m + 4)y + m + 1 = 0.$$

a) Chứng minh rằng $(\mathscr{C}_m)$ luôn là đường tròn với mọi giá trị của m.

b) Tìm tập hợp tâm các đường tròn $(\mathscr{C}_m)$ khi m thay đổi.

c) Chứng minh rằng khi m thay đổi, họ các đường tròn $(\mathscr{C}_m)$ luôn đi qua hai điểm cố định.

d) Tìm những điểm trong mặt phẳng toạ độ mà họ $(\mathscr{C}_m)$ không đi qua dù m lấy bất cứ giá trị nào.