

## §7. Đường parabol

### I – CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa. Cho điểm  $F$  cố định và một đường thẳng cố định  $\Delta$  không đi qua  $F$ . Parabol ( $P$ ) là tập hợp các điểm  $M$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến  $F$  bằng khoảng cách từ  $M$  đến  $\Delta$ .

$$(P) = \{M : MF = d(M; \Delta)\}.$$

$F$  gọi là tiêu điểm,  $\Delta$  là đường chuẩn,  $p = d(F; \Delta) > 0$  gọi là tham số tiêu của ( $P$ ).

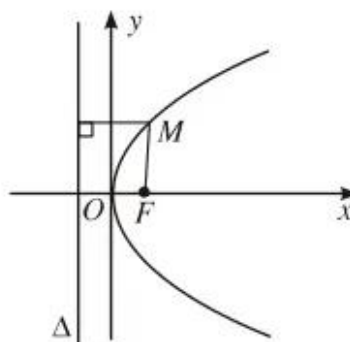
2. Phương trình chính tắc của parabol :  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) (h. 89).

Đỉnh :  $O(0; 0)$  ; Tham số tiêu  $p$  ;

Trục đối xứng :  $Ox$  ;

Tiêu điểm  $F = \left(\frac{p}{2}; 0\right)$  ;

Đường chuẩn  $\Delta : x = -\frac{p}{2}$  ;



Hình 89

### II – ĐỀ BÀI

84. Cho đường tròn ( $\mathcal{C}$ ) tâm  $O$  bán kính  $R$  và đường thẳng  $\Delta$  không cắt ( $\mathcal{C}$ ). Chứng minh rằng tập hợp tâm các đường tròn tiếp xúc với  $\Delta$  và tiếp xúc ngoài với ( $\mathcal{C}$ ) nằm trên một parabol. Tìm tiêu điểm và đường chuẩn của parabol đó.

85. Xác định tham số tiêu, tọa độ đỉnh, tiêu điểm và phương trình đường chuẩn của các parabol sau

a)  $y^2 = 4x$  ;

c)  $5y^2 = 12x$  ;

b)  $2y^2 - x = 0$  ;

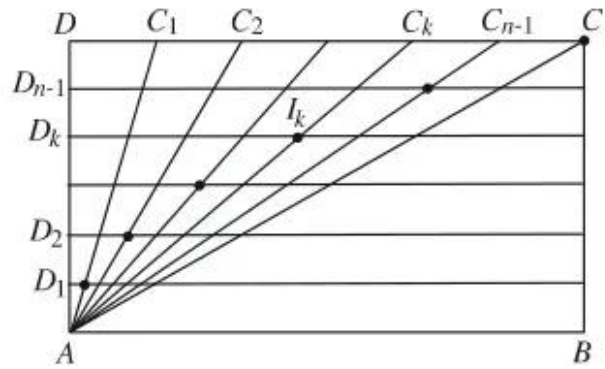
d)  $y^2 = \alpha x$  ( $\alpha > 0$ ).

Vẽ parabol có phương trình ở câu a).

- 86.** Lập phương trình chính tắc của parabol ( $P$ ) biết
- ( $P$ ) có tiêu điểm  $F(1 ; 0)$  ;
  - ( $P$ ) có tham số tiêu  $p = 5$  ;
  - ( $P$ ) nhận đường thẳng  $d : x = -2$  là đường chuẩn ;
  - Một dây cung của ( $P$ ) vuông góc với trục  $Ox$  có độ dài bằng 8 và khoảng cách từ đỉnh  $O$  của ( $P$ ) đến dây cung này bằng 1.
- 87.** a) Dùng định nghĩa parabol để lập phương trình của parabol có tiêu điểm  $F(2 ; 1)$  và đường chuẩn  $\Delta : x + y + 1 = 0$ .
- b) Chứng minh rằng parabol ( $P$ ) có tiêu điểm  $F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-b^2+4ac}{4a}\right)$  và đường chuẩn  $\Delta : y + \frac{1+b^2-4ac}{4a} = 0$  có phương trình  $y = ax^2 + bx + c$ .
- 88.** Cho parabol ( $P$ ) :  $y^2 = 4x$ . Lập phương trình các cạnh của một tam giác nội tiếp ( $P$ ) (tam giác có ba đỉnh nằm trên ( $P$ )), biết một đỉnh của tam giác trùng với đỉnh của ( $P$ ) và trục tâm tam giác trùng với tiêu điểm của ( $P$ ).
- 89.** Cho parabol ( $P$ ) :  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) và đường thẳng  $\Delta$  đi qua tiêu điểm  $F$  của ( $P$ ) và cắt ( $P$ ) tại hai điểm  $M$  và  $N$ . Gọi  $\alpha = (\vec{i}, \overrightarrow{FM})$  ( $0 < \alpha < \pi$ ).
- Tính  $FM, FN$  theo  $p$  và  $\alpha$  ;
  - Chứng minh rằng khi  $\Delta$  quay quanh  $F$  thì  $\frac{1}{FM} + \frac{1}{FN}$  không đổi ;
  - Tìm giá trị nhỏ nhất của tích  $FM.FN$  khi  $\alpha$  thay đổi.
- 90.** Cho parabol ( $P$ ) có đường chuẩn  $\Delta$  và tiêu điểm  $F$ . Gọi  $M, N$  là hai điểm trên ( $P$ ) sao cho đường tròn đường kính  $MN$  tiếp xúc với  $\Delta$ . Chứng minh rằng đường thẳng  $MN$  đi qua  $F$ .
- 91.** Cho parabol ( $P$ ) :  $y^2 = x$  và hai điểm  $A(1 ; -1), B(9 ; 3)$  nằm trên ( $P$ ). Gọi  $M$  là điểm thuộc cung  $AB$  của ( $P$ ) (phần của ( $P$ ) bị chắn bởi dây  $AB$ ). Xác định vị trí của  $M$  trên cung  $AB$  sao cho tam giác  $MAB$  có diện tích lớn nhất.

92. Qua một điểm  $A$  cố định trên trục đối xứng của parabol  $(P)$ , ta vẽ một đường thẳng cắt  $(P)$  tại hai điểm  $M$  và  $N$ . Chứng minh rằng tích các khoảng cách từ  $M$  và  $N$  tới trục đối xứng của  $(P)$  là hằng số.

93. Trên hình 90, cạnh  $DC$  của hình chữ nhật  $ABCD$  được chia thành  $n$  đoạn bằng nhau bởi các điểm chia  $C_1, C_2, \dots, C_{n-1}$ , cạnh  $AD$  cũng được chia thành  $n$  đoạn bằng nhau bởi các điểm chia  $D_1, D_2, \dots, D_{n-1}$ . Gọi  $I_k$  là giao điểm của đoạn  $AC_k$  với đường thẳng qua  $D_k$  và song song với  $AB$ . Chứng minh rằng các điểm  $I_k$  ( $k = 1, 2, \dots, n - 1$ ) nằm trên parabol có đỉnh  $A$  và trục đối xứng là  $AB$ .



Hình 90