

§8. Ba đường cônic

I – CÁC KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. *Định nghĩa.* Cho điểm F cố định, một đường thẳng Δ cố định không đi qua F và một số dương e . Cônic (\mathbf{C}) là tập hợp các điểm M sao cho

$$\frac{MF}{d(M; \Delta)} = e.$$

$$(\mathbf{C}) = \left\{ M : \frac{MF}{d(M; \Delta)} = e \right\}.$$

Điểm F gọi là tiêu điểm, Δ gọi là đường chuẩn và e gọi là tâm sai của cônic (\mathbf{C}) .

2. Cho cônic (\mathbf{C}) với tâm sai e . Khi đó: (\mathbf{C}) là elip $\Leftrightarrow e < 1$;

(\mathbf{C}) là parabol $\Leftrightarrow e = 1$;

(\mathbf{C}) là hyperbol $\Leftrightarrow e > 1$.

$$3. Cho elip (E) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a > b > 0).$$

- Đường chuẩn Δ_1 ứng với tiêu điểm trái $F_1(-c ; 0)$ có phương trình :

$$x = -\frac{a}{e} = -\frac{a^2}{c};$$

Đường chuẩn Δ_2 ứng với tiêu điểm phải $F_2(c ; 0)$ có phương trình :

$$x = \frac{a}{e} = \frac{a^2}{c}.$$

- Với mọi điểm M thuộc (E) thì $\frac{MF_1}{d(M ; \Delta_1)} = \frac{MF_2}{d(M ; \Delta_2)} = e < 1$.

$$4. Cho hypebol (H) : \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

- Đường chuẩn Δ_1 ứng với tiêu điểm trái $F_1(-c ; 0)$ có phương trình :

$$x = -\frac{a}{e} = -\frac{a^2}{c};$$

Đường chuẩn Δ_2 ứng với tiêu điểm phải $F_2(c ; 0)$ có phương trình :

$$x = \frac{a}{e} = \frac{a^2}{c}.$$

- Với mọi điểm M thuộc (H) thì $\frac{MF_1}{d(M ; \Delta_1)} = \frac{MF_2}{d(M ; \Delta_2)} = e > 1$.

II – ĐỀ BÀI

94. Xác định toạ độ tiêu điểm, phương trình đường chuẩn của các conic sau :

$$a) \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1 \quad ; \quad b) \frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{20} = 1 \quad ; \quad c) y^2 = 6x.$$

95. Viết phương trình của các đường conic trong mỗi trường hợp sau :

a) Tiêu điểm $F(3 ; 1)$, đường chuẩn $\Delta : x = 0$ và tâm sai $e = 1$.

b) Tiêu điểm $F(-1 ; 4)$, đường chuẩn ứng với tiêu điểm F là $\Delta : y = 0$ và tâm sai $e = \frac{1}{2}$.

c) Tiêu điểm $F(2 ; -5)$, đường chuẩn ứng với tiêu điểm F là $\Delta : y = x$ và tâm sai $e = 2$;

d) Tiêu điểm $F(-3 ; -2)$, đường chuẩn ứng với tiêu điểm F là

$$\Delta : x - 2y + 1 = 0 \text{ và tâm sai } e = \sqrt{3}.$$

96. Chứng minh rằng mỗi đường chuẩn của hyperbol luôn đi qua chân các đường vuông góc kẻ từ tiêu điểm tương ứng tới hai đường tiệm cận.
97. Một đường thẳng đi qua tiêu điểm $F(c ; 0)$ của elip $(E) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) và cắt nó tại hai điểm A, B . Chứng minh rằng đường tròn đường kính AB không có điểm chung với đường chuẩn: $x = \frac{a}{e}$.
98. Cho hyperbol $(H) : \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ và $F(c ; 0)$ là một tiêu điểm của (H) . Một đường thẳng đi qua F và cắt (H) tại hai điểm A, B . Chứng minh rằng đường tròn đường kính AB cắt đường chuẩn: $x = \frac{a}{e}$ của (H) .
99. Cho A, B là hai điểm trên parabol $(P) : y^2 = 2px$ sao cho tổng các khoảng cách từ A và B tới đường chuẩn của (P) bằng độ dài AB . Chứng minh rằng AB luôn đi qua tiêu điểm của (P) .