

Bài tập ôn tập chương I

53. a) Gọi M là trung điểm của BC thì từ giả thiết suy ra $2AM = BC$. Vậy tam giác ABC vuông tại A .

b) Từ giả thiết, ta có :

$$\begin{aligned}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}) = 0 &\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = 0 \\ &\Leftrightarrow AB^2 - AC^2 = 0.\end{aligned}$$

Vậy tam giác ABC là tam giác cân, đáy BC .

54. a) Ta có $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Vậy $ABCD$ là hình bình hành.

b) $\overrightarrow{DB} = m\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DA} = m\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = m\overrightarrow{DC}$. Vậy $ABCD$ là hình thang.

55. a) Gọi I là trung điểm của MN thì I cũng là trung điểm của AB , do đó :

$$\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GI}.$$

Suy ra $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. Vậy G cũng là trọng tâm tam giác MNC .

b) $\overrightarrow{GC} = -\vec{a} - \vec{b}$; $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GA} = -2\vec{a} - \vec{b}$.

$$\overrightarrow{GM} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} - \vec{a}) = \frac{2\vec{a} + \vec{b}}{3}.$$

$$\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AN} = 2\vec{a} + \vec{b} + \frac{2}{3}(\vec{b} - \vec{a}) = \frac{4\vec{a} + 5\vec{b}}{3}.$$

56. a) Gọi I là trung điểm của AB thì $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ khi và chỉ khi

$$2(\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{MC}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} = \vec{0}.$$

Không có điểm M nào như thế.

b) Vẫn gọi I như trên thì : $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + 2\overrightarrow{NC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2(\overrightarrow{NI} + \overrightarrow{NC}) = \vec{0}$. Vậy N là trung điểm của IC .

c) $\overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PB} + 2\overrightarrow{PC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{PC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{PC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Vậy nếu lấy D sao cho $ABCD$ là hình bình hành thì P là trung điểm của CD .

57. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , ta có

$$\begin{aligned}3\overrightarrow{GG'} &= \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = k\overrightarrow{BC} + k\overrightarrow{CA} + \vec{0} \\ &= k(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) = k\overrightarrow{BA}.\end{aligned}$$

Từ đó suy ra quỹ tích các điểm G' là đường thẳng đi qua G và song song với đường thẳng AB .

58. Giả sử $M = (0; y)$, ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; -2)$, $\overrightarrow{AM} = (-4; y)$. Vì ba điểm A, B, M thẳng hàng nên \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AM} cùng phương, suy ra $y = -4$. Vậy $M = (0; -4)$, khi đó $\overrightarrow{AB} = (-2; -2)$, $\overrightarrow{AM} = (-4; -4)$, suy ra $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$. Vậy điểm B nằm giữa hai điểm A và M .

Các bài tập trắc nghiệm chương I

1. (C)

2. (A)

3. (B)

4. (D)

5. (D)

6. (A)

7. (B)

8. (B)

9. (C)

10. (D)

11. (A)

12. (C)

13. (A)

14. (B).