

§6. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

A. Kiến thức cần nhớ

- Ba đường phân giác của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba cạnh của tam giác đó.
- Trong một tam giác cân, đường phân giác xuất phát từ đỉnh đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh đáy.
- Nếu tam giác có một đường trung tuyến đồng thời là đường phân giác thì tam giác đó là tam giác cân.

B. Câu hỏi

Câu 12. Gọi D là một điểm nằm bên trong tam giác ABC. Hãy điền vào chỗ trống trong các khẳng định sau để được khẳng định đúng.

- (A) Nếu D là điểm chung của ba đường phân giác của tam giác ABC thì D
(B) Nếu D thì D là điểm chung của ba đường phân giác của tam giác ABC.

Câu 13. Gọi AM và AN lần lượt là đường trung tuyến và đường phân giác của tam giác ABC. Hãy điền vào chỗ trống trong các khẳng định sau để được khẳng định đúng.

- (A) Nếu AM và AN trùng nhau thì tam giác ABC
(B) Nếu thì AM và AN trùng nhau.

C. Giải bài tập

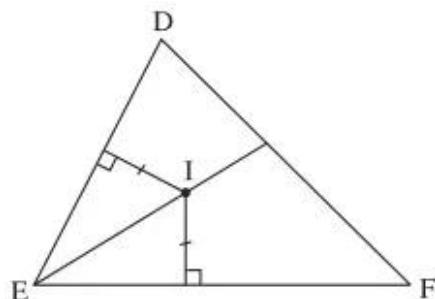
Bài 35 [36]. Cho tam giác DEF, điểm I nằm trong tam giác và cách đều ba cạnh của nó (h.34). Chứng minh I là điểm chung của ba đường phân giác của tam giác DEF.

Giải

Điểm I nằm và cách đều suy ra
điểm I nằm bên trong góc và cách đều hai cạnh
của góc Theo ta có
là tia phân giác của

Tương tự, là tia phân giác của và là tia phân giác của

Vậy I là điểm chung



Hình 34

Bài 36 [37]. Nêu cách vẽ điểm

K ở trong tam giác MNP
mà cách khoảng cách từ K
đến ba cạnh của tam giác
đó bằng nhau. Vẽ hình
minh họa.

(Học sinh tự vẽ hình)

Giải

Ta biết rằng cùng đi qua ;
..... nằm bên trong tam giác và cách đều của
nó. Vì vậy để vẽ điểm K, ta chỉ cần vẽ (chẳng hạn)
xuất phát từ Khi đó K chính là điểm chung của
..... Vì vậy, K cách đều

Bài 37. Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 70^\circ$. Gọi O là giao điểm của hai đường phân giác xuất phát từ B và C (h. 35).

- Tính góc BOC ;
- Kẻ tia AO. Hãy tính góc BAO ;

c) Điểm O có cách đều ba cạnh của tam giác ABC hay không ? Tại sao ?

Giải

a) Trong tam giác , ta có

$$\widehat{BOC} = \dots - \left(\frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} \right)$$

Mặt khác, , ta có

$$\hat{B} + \hat{C} = \dots = \dots = \dots$$

$$\text{Từ đó : } \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} = \dots$$

$$\text{Vậy } \widehat{BOC} = \dots$$

b) Trong một tam giác, cùng đi qua một điểm nên phải đi qua nói cách khác, AO góc A.

$$\text{Vậy } \widehat{BAO} = \dots$$

c) Vì O là
nên O

Lưu ý : Bài này tương tự với bài [38].

Bài 38. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên đường phân giác AD, lấy điểm M (h.36)

a) Chứng minh $\Delta ABM = \Delta ACM$;

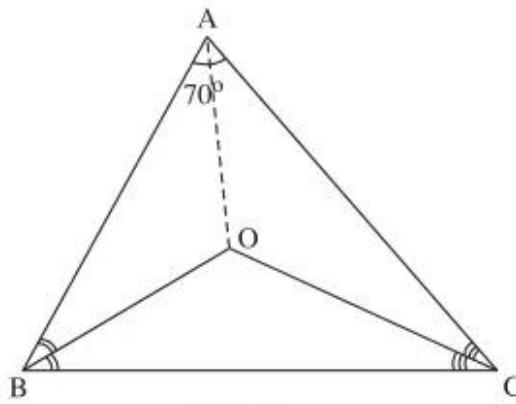
b) So sánh các góc MBC và MCB ;

c) Chứng minh MD là một đường phân giác của tam giác MBC.

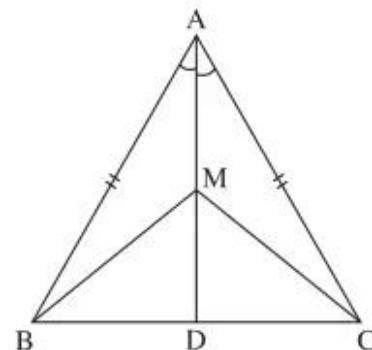
Giải

a) Xét hai tam giác và Ta có (vì tam giác ABC cân tại A), (vì AD là đường phân giác xuất phát từ đỉnh A) và

Vậy (c.g.c)



Hình 35



Hình 36

- b) Theo câu a, $\Delta ABM = \Delta ACM$ nên nghĩa là ΔMBC suy ra
- c) Ta có : Trong một tam giác cân, xuất phát từ đỉnh đối diện với đáy đồng thời là nên từ giả thiết AD là, ta suy ra tức là $BD = DC$, hay MD là Suy ra MD là

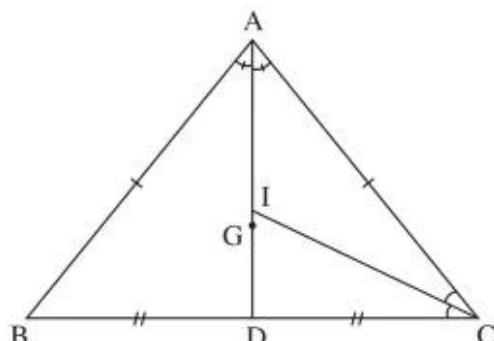
Lưu ý : Bài [39] chính là câu a) và câu b) của bài này.

Bài 39 [40]. Cho tam giác ABC cân tại

A. Gọi G là trọng tâm, I là điểm nằm trong tam giác và cách đều ba cạnh của tam giác đó (h.37). Chứng minh ba điểm A, G, I thẳng hàng.

Giải

Tam giác ABC cân tại A nên đồng thời là



Hình 37

Theo giả thiết, G là nên G thuộc

Theo giả thiết, I là nên I là điểm chung của , suy ra I thuộc

$G \in \dots, I \in \dots \Rightarrow \dots$

Bài 40 [41]. Hỏi trọng tâm của một tam giác đều có cách đều ba cạnh của nó hay không ? Vì sao ?

Giải

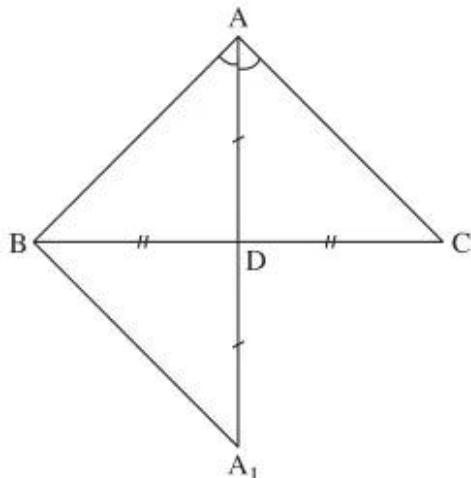
Tam giác ABC đều nên nó cân tại vì vậy của tam giác ABC đều là của nó. Suy ra trọng tâm G, điểm chung , cũng đồng thời là điểm chung của Do đó trọng tâm G của tam giác đều ABC của tam giác đó.

Bài 41 [42]. Chứng minh định lí : Nếu tam giác có một đường trung tuyến đồng thời là đường phân giác thì tam giác đó là một tam giác cân.

Giải. (h.38)

Giả sử tam giác ABC có đường trung tuyến AD đồng thời là đường phân giác. Trên tia AD lấy điểm A_1 sao cho $DA_1 = DA$.

Ta sẽ chứng minh tam giác ABC cân tại



Hình 38

Xét hai tam giác ADC và A_1DB . Ta có (vì AD là đường trung tuyến của tam giác ABC), (theo cách lấy điểm A_1), (hai góc đối đỉnh). Vậy (.....). Suy ra $\widehat{DAC} = \widehat{DA_1B}$ (1), $AC = BA_1$ (2).

Xét tam giác BAA_1 . Ta có $\widehat{BAA_1} = \widehat{BA_1A}$ vì theo (1) và do AD là đường phân giác nên Suy ra tam giác BAA_1 , do đó (3).

Từ (2) và (3) suy ra Vậy tam giác ABC