

§8. TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA TAM GIÁC

A. Kiến thức cần nhớ

- Ba đường trung trực của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba đỉnh của tam giác đó. Đường tròn có tâm tại điểm này và đi qua ba đỉnh của tam giác gọi là đường tròn ngoại tiếp tam giác.
- Trong tam giác cân, đường trung trực của cạnh đáy đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh đó.
- Nếu tam giác có một đường trung trực đồng thời là đường trung tuyến ứng với cùng một cạnh thì tam giác đó là tam giác cân.

B. Câu hỏi

Hãy điền vào chỗ trống trong các khẳng định dưới đây để được khẳng định đúng.

Câu 16. Cho tam giác ABC và điểm O.

(A) Nếu O là điểm chung của ba đường trung trực của tam giác ABC thì

(B) Nếu thì O là điểm chung của ba đường trung trực của tam giác ABC.

Câu 17. Gọi d và AM lần lượt là đường trung trực và đường trung tuyến của tam giác ABC ứng với cạnh BC.

(A) Nếu $AM \equiv d$ thì tam giác ABC

(B) Nếu tam giác ABC thì $AM \equiv d$.

C. Giải bài tập

Bài 48 [52]. Chứng minh định lí : Nếu tam giác có một đường trung tuyến đồng thời là đường trung trực ứng với cùng một cạnh thì tam giác đó là một tam giác cân.

Giải. (h.45)

Giả sử tam giác ABC có đường trung tuyến đồng thời là đường trung trực cùng ứng với cạnh BC. Khi đó ta có và

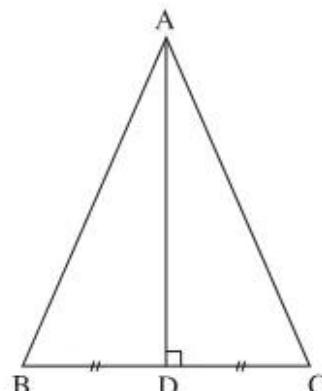
Hai tam giác vuông và có chung nên , suy ra

Tam giác ABC có nên

Bài 49. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Hãy tìm điểm D cách đều ba điểm A, B, C.

Giải. (h.46)

Ta đã biết trong một tam giác, điểm chung cách đều của Vì vậy, điểm D

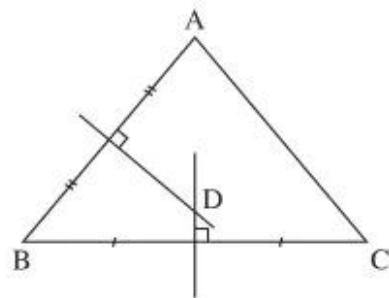


Hình 45

cách đều ba điểm A, B, C không thẳng hàng là

.....
.....
.....

Cách dựng điểm D như sau : Vẽ của đoạn thẳng AB, vẽ giao điểm là



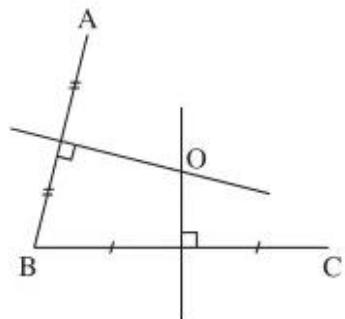
Hình 46

Lưu ý : Bài này là nội dung toán học của bài toán thực tế [53].

Bài 50. Có một miếng sắt hình tròn mà ta chưa biết tâm. Bằng cách nào xác định được tâm của nó.

Giải. (h.47)

Ta biết rằng, trong một tam giác, là tâm tam giác (đường tròn của tam giác).



Hình 47

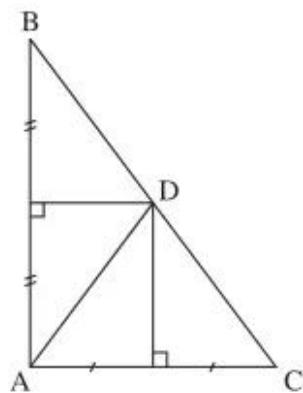
Do đó ta xác định tâm O của hình tròn như sau : Lấy trên bao quanh hình tròn đã cho ; vẽ các đường của đoạn thẳng và đoạn thẳng ; giao điểm của là của hình tròn đã cho.

Bài 51. Cho tam giác ABC vuông tại A. Các đường trung trực của các cạnh AB, AC cắt nhau tại D. Chứng minh rằng :

- B, C, D thẳng hàng.
- D là trung điểm của cạnh BC.

Giải. (h.48)

a) Để chứng minh ba điểm B, C, D thẳng hàng, ta sẽ chứng minh



Hình 48

$$\widehat{BDA} + \widehat{ADC} = \dots$$

Ta có $\widehat{BDA} = 180^\circ - \dots$. Mặt khác, D thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AB nên $\widehat{BDA} = \dots$, hay tam giác DAB suy ra $\widehat{B} = \dots$. Do đó

$$\widehat{BDA} = \dots = \dots - 2 \cdot \widehat{BAD}. \quad (1)$$

Tương tự, ta có

$$\widehat{ADC} = \dots \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\widehat{BDA} + \widehat{ADC} = \dots = \dots = 180^\circ.$$

Vậy ba điểm

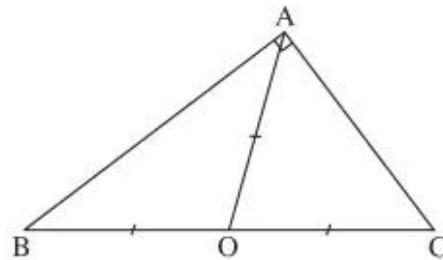
b) Do các tam giác DAB và DAC cùng nên $\widehat{BDA} = \widehat{ADC} = \dots$ (3).

Theo câu a, từ (3) suy ra

Lưu ý : Bài này là bài toán tổng hợp của hai bài [55] và [56].

Bài 52. Áp dụng bài 51, chứng minh rằng :

Tâm đường tròn ngoại tiếp một tam giác vuông là trung điểm cạnh huyền của tam giác đó. Từ đó, hãy tính độ dài đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh góc vuông theo độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông.



Hình 49

Giải. (h.49)

Ta đã biết : Tâm đường tròn ngoại tiếp một tam giác là

Mặt khác theo bài 51, trong một tam giác vuông, hai đường trung trực của giao nhau tại Do đó, cũng là điểm chung của ba đường trung trực hay

Do tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là nên đường của một tam giác vuông

bằng đường tròn ngoại tiếp và bằng (đường kính đường tròn ngoại tiếp). Trong hình vẽ, AO là đường xuất phát từ đỉnh góc vuông của và $AO = \dots BC$.

Bài 53. Chứng minh rằng trọng tâm của một tam giác đều cách đều ba đỉnh của tam giác đó.

Giải

Ta biết rằng : Trọng tâm của một tam giác là điểm chung và điểm cách đều ba đỉnh là điểm chung của tam giác đó.

Một tam giác là đều thì nó cân tại và trong một tam giác cân, ứng với cạnh đáy đồng thời là của cạnh này. Bởi vậy trong một tam giác đều, cả ba đường đồng thời là ba đường

Do đó, trọng tâm của tam giác đều đồng thời là điểm chung Suy ra trọng tâm của một tam giác đều cách đều ba đỉnh của nó.