§1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC BẤT KÌ TỪ 0^o ĐẾN 180^o

A. MỤC ĐÍCH

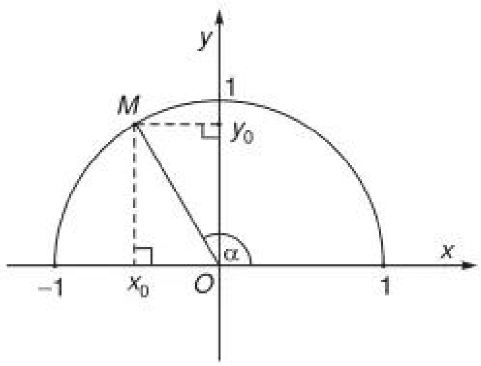
– Làm cho học sinh nắm được định nghĩa giá trị lượng giác của một góc α với $0^o \leq \alpha \leq 180^o$, đặc biệt là quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc bù nhau.

– Cho học sinh tập làm quen với giá trị lượng giác của các góc đặc biệt : 0^o, 30^o, 45^o, 60^o, 90^o, 180^o.

B. NỘI DUNG

1. Trước đây ở cấp THCS học sinh được học về tỉ số lượng giác của góc nhọn α ở lớp 9. Nay để mở rộng khái niệm này cho những góc α với $0^o \leq \alpha \leq 180^o$ ta phải xác định một điểm *A* trên nửa đường tròn đơn vị trong một hệ toạ độ vuông góc *Oxy* (h.2.1). Khái niệm toạ độ của một điểm *M* đối với hệ trục toạ độ được hiểu như ở lớp 9.

Với các định nghĩa này trong trường hợp góc α nhọn ta có thể phân tích để học sinh thấy định nghĩa này cũng tương tự như định nghĩa đã học ở cấp THCS. Ở đây chúng ta đã mở rộng khái niệm tỉ số lượng giác của một góc nhọn α thành khái niệm giá trị lượng giác của một góc α với $0^o \leq \alpha \leq 180^o$.



Hình 2.1

Hoạt động 1 nhằm ôn lại định nghĩa các tỉ số lượng giác của góc nhọn α đã học ở lớp 9 và hoạt động 2 nhằm mục đích cho học sinh tập làm quen với các định nghĩa $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\text{tg}\,\alpha$ và $\text{cotg}\,\alpha$ bằng toạ độ. Đây là bước chuẩn bị cho việc mở rộng các định nghĩa trên với $0^{\circ} \leq \alpha \leq 180^{\circ}$. Cần lưu ý rằng các giá trị lượng giác $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\text{tg}\,\alpha$, $\text{cotg}\,\alpha$ lần lượt được kí hiệu là $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$, $\cot\alpha$ để phù hợp với kí hiệu đã dùng trong máy tính và kí hiệu thông dụng quốc tế.

2. Cần làm cho học sinh nắm được quy tắc tìm giá trị lượng giác của góc tù dựa vào các giá trị lượng giác đã biết của góc nhọn.

Trong bảng giá trị lượng giác của các góc đặc biệt ta không đưa vào các góc $120^{\circ}, 135^{\circ}, 150^{\circ}$ vì giá trị lượng giác của các góc này có thể suy ra từ giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt khác đã biết. Hoạt động 3 nhằm giải thích rõ vấn đề này.

3. Về định nghĩa góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ (đều khác vectơ $\vec{0}$) ta đã lấy một điểm O bất kì rồi vẽ $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Khi đó góc $\widehat{AOB}$ với số đo từ 0° đến 180° được gọi là *góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$*, nhưng ở đây ta cần hiểu số đo của góc $\widehat{AOB}$ được gọi tắt là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Người ta thường phân biệt hai khái niệm góc $\widehat{AOB}$ và số đo của góc $\widehat{AOB}$. Khi ta viết $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^{\circ}$ và đọc là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ bằng 90°, nghĩa là số đo của góc $\widehat{AOB}$ bằng 90° trong đó $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$.

Hoạt động 4 nhằm củng cố định nghĩa khái niệm góc giữa hai vectơ trong hai trường hợp đặc biệt khi $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ cùng hướng và khi $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ ngược hướng. Ví dụ ở mục c nhằm củng cố định nghĩa góc giữa hai vectơ và đề phòng việc hiểu chưa đúng định nghĩa góc đã nêu trong SGK của một số học sinh.

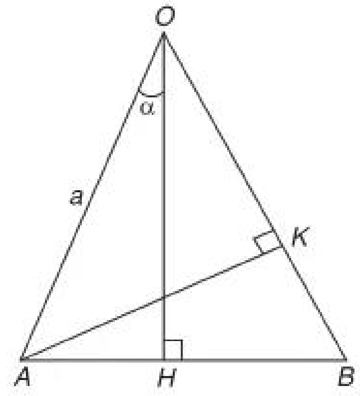
4. Để tính giá trị lượng giác của các góc từ 0° đến 180° người ta thường dùng máy tính bỏ túi. SGK chỉ trình bày hai ví dụ về việc tính giá trị lượng giác của một góc α khi biết số đo của góc đó và ngược lại.

C. HƯỚNG DẪN TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

1. a) Vì $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^{\circ}$ nên $\sin A = \sin(180^{\circ} - A) = \sin(B + C)$.

b) Vì $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^{\circ}$ nên $\cos A = -\cos(180^{\circ} - A) = -\cos(B + C)$.

2. Xét tam giác vuông OAK ta có (h.2.2)



Hình 2.2

$$\sin AOK = \sin 2\alpha = \frac{AK}{OA} = \frac{AK}{a}$$

Vậy $AK = a\sin 2\alpha$.

$$\cos AOK = \cos 2\alpha = \frac{OK}{OA} = \frac{OK}{a}$$

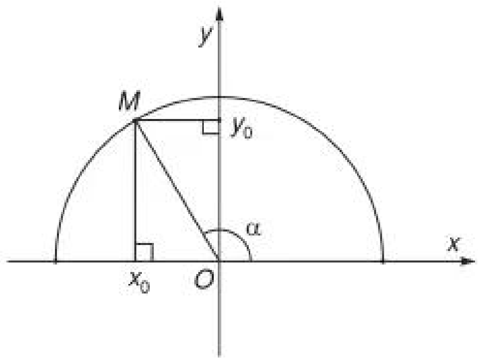
Vậy $OK = a\,.\,\cos 2\alpha$.

3. a) $\sin 105^o = \sin(180^o - 105^o) = \sin 75^o$.

b) $\cos 170^o = -\cos(180^o - 170^o) = -\cos 10^o$.

c) $\cos 122^o = -\cos(180^o - 122^o) = -\cos 58^o$.

4. Theo định nghĩa giá trị lượng giác của góc α bất kì với $0^o \le \alpha \le 180^o$ ta có :



Hình 2.3

$\cos\alpha = x_0$ và $\sin\alpha = y_0$ (h.2.3)

mà $x_0^2 + y_0^2 = OM^2 = 1$

nên $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$.

5. *Cách 1 :* Ta có $P = 3\sin^2 x + \cos^2 x$

$$= 2\sin^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$= 2\sin^2 x + 1$$

$$= 2(1 - \cos^2 x) + 1 = 3 - 2\cos^2 x$$

Vì $\cos x = \frac{1}{3}$ nên $P = 3 - \frac{2}{9} = \frac{25}{9}$.

Cách 2 : $P = 3\sin^2 x + \cos^2 x = 3(1 - \cos^2 x) + \cos^2 x$

$$= 3 - 2\cos^2 x = 3 - \frac{2}{9} = \frac{25}{9}.$$

6. $\cos\left(\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{BA}\right) = \cos 135^{\circ} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\left(\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{BD}\right) = \sin 90^{\circ} = 1$

$\cos\left(\overrightarrow{BA},\ \overrightarrow{CD}\right) = \cos 0^{\circ} = 1.$