

Chương III

PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

I. MỤC TIÊU

Làm cho học sinh biết dùng phương pháp tọa độ để tìm hiểu về đường thẳng, đường tròn và đường elip trong mặt phẳng, cụ thể là :

1. Biết lập phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng, biết xét vị trí tương đối của hai đường thẳng bằng phương trình của chúng, biết dùng phương pháp tọa độ để tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng và biết tính góc của hai đường thẳng.
2. Biết lập phương trình đường tròn khi biết các điều kiện để xác định nó và ngược lại khi biết phương trình đường tròn ta có thể xác định được tâm và bán kính của đường tròn đó. Ngoài ra học sinh cần phải lập được phương trình tiếp tuyến của đường tròn khi biết tiếp điểm.
3. Nắm được định nghĩa và lập được phương trình chính tắc của elip đồng thời xác định được các yếu tố của elip từ phương trình chính tắc đã cho.

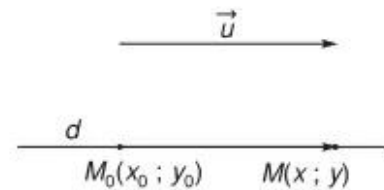
II. NỘI DUNG

1. Phương trình tham số của đường thẳng

a) Muốn lập phương trình tham số của đường thẳng d người ta cần biết một điểm và một vectơ chỉ phương của đường thẳng đó. Nếu đường thẳng d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (u_1; u_2)$, thì phương trình tham số của d được xây dựng như sau :

$$M(x, y) \in d \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M} = t\vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x - x_0 = tu_1 \\ y - y_0 = tu_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases}$$

Chú ý rằng nếu đường thẳng d đi qua hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ phân biệt ta có vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$ hoặc



Hình 3.1

vectơ chỉ phương $-\vec{u} = \overrightarrow{BA}$ và chọn điểm mà đường thẳng d đi qua là A hoặc B rồi tiếp tục thực hiện như đã làm ở phần trên.

b) Ngược lại nếu biết phương trình tham số $\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases}$ của một đường

thẳng d nào đó thì ta có ngay điểm $(x_0; y_0)$ thuộc d và vectơ chỉ phương $\vec{u} = (u_1; u_2)$ của đường thẳng d . Cần lưu ý để học sinh thấy rằng mỗi đường thẳng có vô số điểm và vô số vectơ chỉ phương nên có thể viết phương trình đường thẳng dưới dạng tham số bằng những phương trình khác nhau. Điều lưu ý này sẽ tạo thuận lợi cho học sinh khi xét vị trí tương đối của hai đường thẳng bằng phương trình tham số của chúng.

c) Trong SGK lần này chúng ta không trình bày phương trình chính tắc của đường thẳng thành một mục riêng mà xem phương trình này được suy ra từ phương trình tham số khi khử tham số t ta được :

$$\frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2} \quad (\text{do } \overrightarrow{M_0M} \text{ và } \vec{u} \text{ cùng phương}).$$

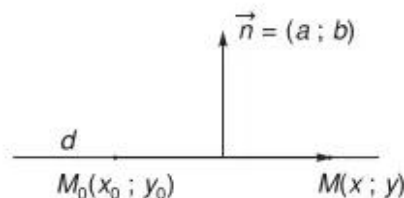
Nếu u_1 hoặc u_2 bằng 0 ta sẽ không viết phương trình đường thẳng đó dưới dạng chính tắc. Sở dĩ SGK nêu ra quy định đó để tránh xuất hiện việc chia cho số 0. Do đó ta chỉ dùng phương trình chính tắc của đường thẳng trong những trường hợp tiện lợi và có hiệu quả. Ví dụ như viết phương trình đường thẳng khi biết một điểm và một vectơ chỉ phương của đường thẳng đó (trong trường hợp các toạ độ của vectơ chỉ phương đều khác 0).

2. Phương trình tổng quát của đường thẳng

a) Muốn lập phương trình tổng quát của một đường thẳng d ta cần biết một điểm $M_0(x_0; y_0)$ và một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$ của đường thẳng đó. Ở đây ta cũng cần giải thích về ý nghĩa của việc lập phương trình tổng quát của đường thẳng d như sau :

$$\begin{aligned} M(x; y) \in d &\Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M} \cdot \vec{n} = 0 \\ &\Leftrightarrow a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0 \\ &\Leftrightarrow ax + by + c = 0 \end{aligned}$$

với $c = -ax_0 - by_0$, trong đó a và b không đồng thời bằng 0.



Hình 3.2

b) Ngược lại, trong mặt phẳng toạ độ Oxy mỗi phương trình có dạng tổng quát là $ax + by + c = 0$ với a và b không đồng thời bằng 0 biểu diễn một đường thẳng. Dựa vào phương trình tổng quát của đường thẳng người ta có thể chỉ ra được vectơ pháp tuyến của đường thẳng đó. Cần tập cho học sinh làm quen với phương trình của đường thẳng ở những vị trí đặc biệt như song song hay vuông góc với một trục, hoặc cắt hai trục toạ độ tại hai điểm nào đó (phương trình đường thẳng theo đoạn chắn), hoặc phương trình đường thẳng theo hệ số góc có dạng $y = kx + b$.

c) Ta có thể gợi ý để học sinh thấy rằng có thể lập phương trình tổng quát của đường thẳng thông qua phương trình tham số của đường thẳng đó. Như vậy khi lập phương trình tổng quát của đường thẳng ta có thể không cần dùng đến vectơ pháp tuyến của đường thẳng.

d) Ở cấp THCS người ta thừa nhận đồ thị của hàm số bậc nhất là một đường thẳng, nhưng điều ngược lại không đúng vì đường thẳng song song với trục tung không phải là đồ thị của hàm số bậc nhất. Trong SGK Hình học 10 chúng ta hiểu đường thẳng là tập hợp các điểm có toạ độ $(x; y)$ thoả mãn một phương trình bậc nhất hai ẩn có dạng $ax + by + c = 0$ với a và b không đồng thời bằng 0. Như vậy chúng ta tập cho học sinh làm quen với khái niệm "phương trình của một đường" trong mặt phẳng toạ độ. Do đó cần phân biệt khái niệm đồ thị của hàm số trong đại số và khái niệm đường cho bởi phương trình trong hình học. Trong nội dung các phần tiếp theo học sinh sẽ được làm quen với phương trình đường tròn, phương trình đường elip là các loại đường cong hình học thường gặp trong thực tế.

3. Vị trí tương đối của hai đường thẳng, góc và khoảng cách

Với công cụ phương trình đường thẳng học sinh phải biết cách giải quyết các vấn đề liên quan đến đường thẳng đó là :

- Vị trí tương đối của hai đường thẳng ;
- Góc giữa hai đường thẳng ;
- Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.

Các vấn đề trên đã được giải quyết ở cấp hai bằng phương pháp của hình học tổng hợp. Nay ở lớp 10 với phương pháp toạ độ, học sinh có thêm một cách khác để giải quyết vấn đề này. Cụ thể là :

- Bằng cách xét số nghiệm của hệ phương trình :
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 & (\Delta_1) \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 & (\Delta_2) \end{cases}$$

ta biết được vị trí tương đối của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 .

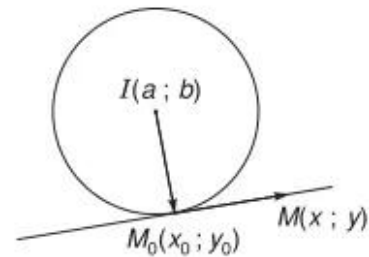
– Bằng công thức $\cos(\widehat{\Delta_1, \Delta_2}) = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$ ta xác định được góc của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 .

– Bằng công thức $d(M_0, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ta xác định được khoảng cách từ điểm $M_0(x_0; y_0)$ đến đường thẳng Δ có phương trình $ax + by + c = 0$.

4. Phương trình đường tròn

a) Phương trình đường tròn là khái niệm mới đối với học sinh lớp 10 mặc dù đường tròn là khái niệm quen thuộc. Đây là một minh họa rõ ràng và đơn giản nhất để chuyển quan hệ khoảng cách từ "Hình học" sang "Đại số". Cụ thể là

$$\begin{aligned} M(x; y) \in C(I; R) &\Leftrightarrow IM = R \\ &\Leftrightarrow (x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2. \end{aligned} \quad (1)$$



Hình 3.3

b) Ngoài việc dùng công thức (1) để viết phương trình của đường tròn khi đã biết toạ độ tâm $I(a; b)$ và bán kính R , học sinh còn phải biết cách kiểm tra phương trình dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ có phải là phương trình của đường tròn hay không bằng cách xét điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$. Khi đó từ phương trình trên học sinh phải xác định được tâm $I(a; b)$ và tính được bán kính R theo công thức $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

c) Về phương trình tiếp tuyến của đường tròn, sách giáo khoa Hình học 10 chỉ trình bày cách viết phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) khi biết tâm $I(a; b)$ của (C) và tiếp điểm $M_0(x_0; y_0)$. Học sinh có thể xác định vectơ pháp tuyến $\vec{n} = \overrightarrow{IM_0} = (x_0 - a; y_0 - b)$.

Vận dụng kiến thức về đường thẳng để viết phương trình tiếp tuyến hoặc dùng trực tiếp công thức :

$$(x_0 - a)(x - x_0) + (y_0 - b)(y - y_0) = 0.$$

5. Phương trình elip

a) Chương trình hình học 10 chỉ trình bày một conic duy nhất là elip. Sách giáo khoa trình bày định nghĩa elip đồng thời giới thiệu mối liên hệ giữa elip và đường tròn.

b) Học sinh học phương trình chính tắc của elip theo trình tự như sau :

– Vận dụng các công thức khoảng cách và định nghĩa elip để xây dựng phương trình chính tắc của elip :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (0 < b < a).$$

- Dùng phương trình chính tắc để tìm hiểu về hình dạng và tính chất của elip.
- Giải quyết các bài toán cơ bản về elip bằng cách vận dụng phương trình chính tắc của elip.

III. YÊU CẦU

1. Đường thẳng

- Biết cách lập phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng.
- Từ phương trình tham số hoặc phương trình tổng quát của đường thẳng học sinh phải xác định được một điểm có thuộc đường thẳng hay không, vectơ pháp tuyến và vectơ chỉ phương của đường thẳng đó.
- Xác định được vị trí tương đối của hai đường thẳng khi biết phương trình của chúng.
- Tính được góc giữa hai đường thẳng.
- Biết cách tìm khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ.

2. Đường tròn

- Lập được phương trình đường tròn khi biết toạ độ của tâm và bán kính.
- Xác định được tâm và bán kính khi biết phương trình của đường tròn.
- Viết được phương trình tiếp tuyến của đường tròn khi biết toạ độ tâm và toạ độ tiếp điểm.

3. Elip

- Lập được phương trình chính tắc của elip khi biết các yếu tố xác định elip đó.
- Xác định được các thành phần của một elip khi biết phương trình chính tắc của elip đó.

4. Về mặt kĩ năng giải toán hình học giải tích, yêu cầu chung là học sinh phải biết cách áp dụng phương trình của đường thẳng, đường tròn và elip để giải một số bài toán cơ bản của hình học như tìm giao điểm, tính khoảng cách, xét vị trí tương đối giữa hai đường, v.v.