

HƯỚNG DẪN TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP ÔN TẬP CHƯƠNG II

I. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

3. Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b})$. Nếu $|\vec{a}|$ và $|\vec{b}|$ không đổi thì tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất khi $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ tương ứng đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất. Do đó :

$\vec{a} \cdot \vec{b}$ đạt giá trị lớn nhất khi $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 1$ (khi đó $(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ$)

$\vec{a} \cdot \vec{b}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -1$ (khi đó $(\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$).

4. $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-3) \cdot 2 + 1 \cdot 2 = -4$.

5. Định lí cosin trong tam giác : Trong tam giác ABC bất kì với ba góc là A, B, C và $AB = c, BC = a, CA = b$, ta có :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

Từ các hệ thức trên ta suy ra :

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} ; \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} ; \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

6. Theo hệ thức $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ trong tam giác, nếu góc $A = 90^\circ$ thì :
 $a^2 = b^2 + c^2$, vì $\cos A = 0$.

7. Theo định lí sin trong tam giác ABC , ta có :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$

Từ đó suy ra : $a = 2R\sin A$, $b = 2R\sin B$, $c = 2R\sin C$.

8. Trong tam giác ABC , ta có :

a) Góc A nhọn $\Leftrightarrow \cos A > 0 \Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 > 0 \Leftrightarrow a^2 < b^2 + c^2$;

b) Góc A tù $\Leftrightarrow \cos A < 0 \Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 < 0 \Leftrightarrow a^2 > b^2 + c^2$;

c) Góc A vuông $\Leftrightarrow \cos A = 0 \Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 = 0 \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2$.

9. Theo định lí sin ta có $\frac{a}{\sin A} = 2R$, hay $R = \frac{a}{2\sin A} = 2\sqrt{3}$.

10. Theo công thức Hê-rông với $p = \frac{1}{2}(12 + 16 + 20) = 24$ ta có :

$$S = \sqrt{24(24-12)(24-16)(24-20)} = 96 ;$$

$$h_a = \frac{2S}{a} = 16 ; R = \frac{abc}{4S} = \frac{12 \cdot 16 \cdot 20}{4 \cdot 96} = 10 ;$$

$$r = \frac{S}{p} = \frac{96}{24} = 4 ;$$

$$m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4} = \frac{2(16^2 + 20^2) - 12^2}{4} = 292 \Rightarrow m_a \approx 17,09.$$

11. Ta có công thức $S = \frac{1}{2}ab\sin C$. Diện tích S của tam giác lớn nhất khi $\sin C$ có giá trị lớn nhất, nghĩa là khi $\widehat{C} = 90^\circ$.

II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. Nhận xét : Vì $\alpha = 150^\circ$ là góc tù nên $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$, $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} < 0$, $\cot \alpha < 0$.

Do đó các câu (A), (B), (D) đều sai. Ta chỉ xét câu (C).

$$\text{Ta có } \tan 150^\circ = -\tan 30^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Chọn câu (C).

2. Hai góc α và β bù nhau có sin bằng nhau còn cos, tan và cot đối nhau.
Chọn câu (D).

3. Nếu α là góc tù thì : $\tan \alpha < 0$
Chọn câu (C).

4. Ta có

a) $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ$;

b) $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ = \sin 135^\circ$;

c) $\cos 30^\circ = \sin 120^\circ$;

d) $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ còn $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$.

Chọn câu (D).

5. a) Vì $\alpha < \beta$ nên $\cos \alpha > \cos \beta$;

b) Vì $\alpha < \beta$ và α, β nhọn nên $\sin \alpha < \sin \beta$;

c) Nếu $\alpha + \beta = 90^\circ$ thì $\cos \alpha = \sin \beta$;

d) Vì $\tan \alpha > 0, \tan \beta > 0$ nên $\tan \alpha + \tan \beta > 0$.

Chọn câu (A).

6. a) $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

b) $\sin C = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

c) $\cos C = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$;

d) $\sin B = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

Chọn câu (A).

7. a) $\sin \widehat{BAH} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$;

b) $\cos \widehat{BAH} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

c) $\sin \widehat{ABC} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

d) $\sin \widehat{AHC} = \sin 90^\circ = 1$.

Chọn câu (C).

8. Hai góc bù nhau có sin bằng nhau, còn cos, tan và cot đối nhau. Vậy chỉ có (A) đúng.

Chọn câu (A).

9. a) $\cos 35^\circ < \cos 10^\circ$;

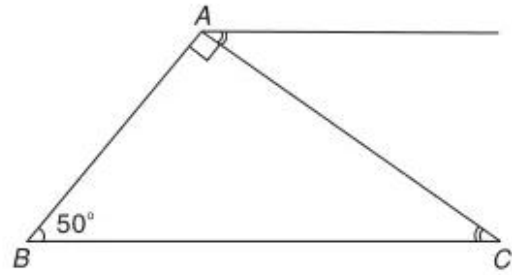
b) $\sin 60^\circ < \sin 80^\circ$;

c) $\tan 45^\circ = 1, \tan 60^\circ = \sqrt{3}$;

d) $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn câu (A).

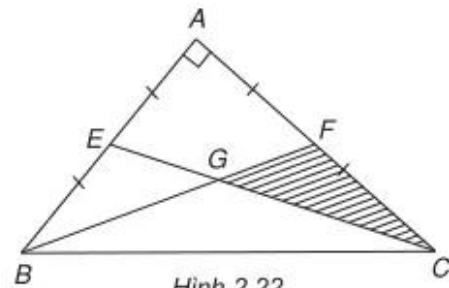
10. Vì $\widehat{B} = 50^\circ$ nên $\widehat{C} = 40^\circ$ (h.2.21).
 (A) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$
 (B) $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = 40^\circ$
 (C) $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}) = 50^\circ$
 (D) $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 90^\circ + 50^\circ = 140^\circ$.
 Chọn câu (D).



Hình 2.21

11. Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 0^\circ = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.
 Chọn câu (A).

12. $S_{GFC} = \frac{1}{2} FC \cdot \frac{1}{3} AB$ (h.2.22)
 $= \frac{1}{6} \cdot 15 \cdot 30 = 75 \text{ cm}^2$.



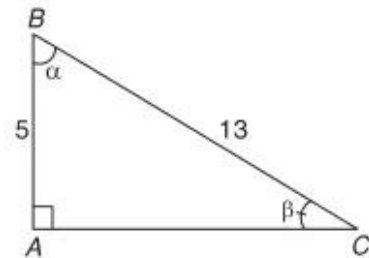
Hình 2.22

13. Ta có $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 13^2 - 5^2$
 $= 169 - 25 = 144$.

Vậy $AC = \sqrt{144} = 12$ (cm) (h.2.23).

Vì $AC > AB$ nên $\alpha > \beta$.

Chọn câu (B).



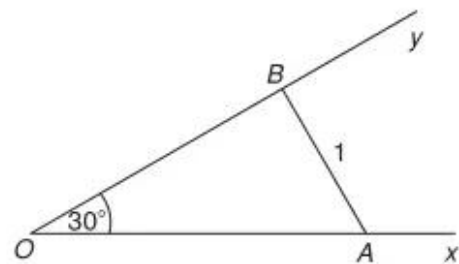
Hình 2.23

14. Xét tam giác OAB. Theo định lí sin ta có :

$$\frac{OB}{\sin A} = \frac{AB}{\sin 30^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 \text{ (h.2.24).}$$

Vậy $OB = 2 \sin A \leq 2$.

Chọn câu (D).



Hình 2.24

15. Ta có $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$.

Nếu $\cos A > 0$ thì góc A nhọn, hay $b^2 + c^2 - a^2 > 0$ thì góc A nhọn.

Chọn câu (A).

16. Gọi AB là dây cung đi qua P và $AB \perp OP$ (h.2.25).

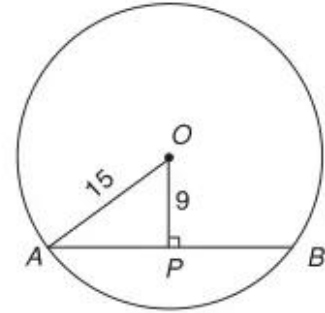
Ta có P là trung điểm của đoạn AB .

Xét tam giác vuông AOP ta có :

$$AP^2 = AO^2 - OP^2 = 15^2 - 9^2 = 144.$$

Vậy $AP = 12$ cm và $AB = 24$ cm.

Chọn câu (C).



Hình 2.25

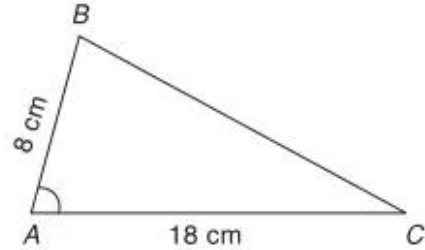
17. Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin A$ (h.2.26)

$$64 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 18 \cdot \sin A$$

$$64 = 72 \sin A.$$

$$\text{Vậy } \sin A = \frac{64}{72} = \frac{8}{9}.$$

Chọn câu (D).



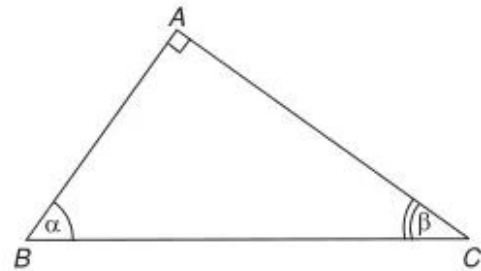
Hình 2.26

18. Theo định nghĩa giá trị lượng giác của một góc ta có :

$$\sin \alpha = \cos \beta ; \tan \alpha = \cot \beta$$

$$\cos \alpha = \sin \beta ; \cot \alpha = \tan \beta \text{ (h.2.27).}$$

Chọn câu (A).



Hình 2.27

19. Theo định nghĩa ta suy ra :

(A) $\sin 90^\circ > \sin 150^\circ$

(B) $\sin 90^\circ 15' > \sin 90^\circ 30'$

(C) $\cos 90^\circ 30' > \cos 100^\circ$

(D) $\cos 150^\circ < \cos 120^\circ$.

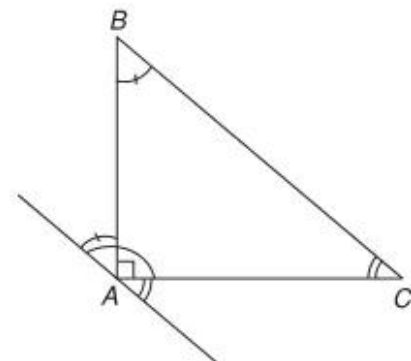
Chọn câu (C).

20. Tam giác ABC vuông tại A .

Ta có (h.2.28) :

a) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} < \vec{BA} \cdot \vec{BC}$ vì :

$$|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \underbrace{\cos(\vec{AB}, \vec{AC})}_{=0} < |\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}| \underbrace{\cos(\vec{BA}, \vec{BC})}_{>0}$$



Hình 2.28

Tương tự ta có :

b) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} < \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}$ vì :

$$|\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{CB}| \cdot \underbrace{\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB})}_{<0} < |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \underbrace{\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC})}_{>0}.$$

c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} < \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ vì :

$$|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \underbrace{\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC})}_{<0} < |\overrightarrow{CA}| \cdot |\overrightarrow{CB}| \cdot \underbrace{\cos(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})}_{>0}.$$

d) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} > \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AB}$ vì :

$$|\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \underbrace{\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC})}_{>0} > |\overrightarrow{BC}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \underbrace{\cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AB})}_{<0}.$$

Chọn câu (D).

21. Ta có $\cos A = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{4 \cdot 9} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{36}$.

Cần tìm $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ (h.2.29).

Ta có $\overrightarrow{CB}^2 = (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})^2$
 $= \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AC}^2 - 2\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}.$

Vậy $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AC}^2 - \overrightarrow{CB}^2) = \frac{1}{2}(81 + 16 - 49) = 24.$

Do đó $\cos A = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}.$

Chọn câu (A).

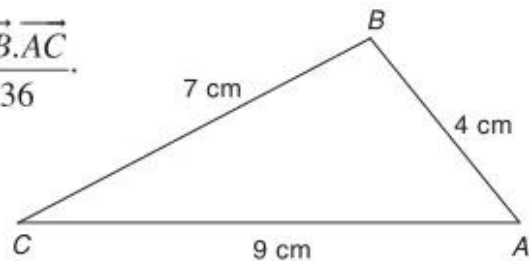
22. Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2)$. Vậy $\overrightarrow{AB}^2 = 2^2 + 2^2 = 8.$

Chọn câu (D).

23. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{4 \cdot 1 + 3 \cdot 7}{\sqrt{4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + 7^2}} = \frac{25}{\sqrt{25} \cdot \sqrt{50}} = \frac{25}{25\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

Do đó góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là 45° .

Chọn câu (C).



Hình 2.29

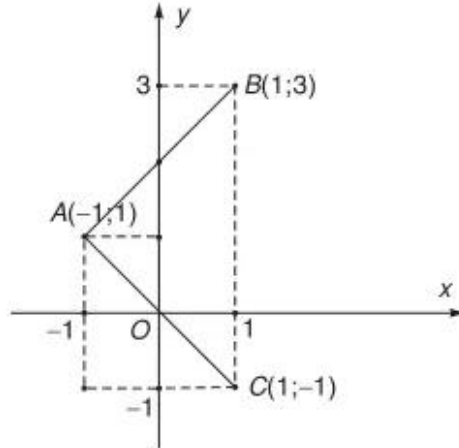
24. Ta có $\overrightarrow{MN} = (-4; 6)$. Do đó $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{16+36} = \sqrt{4(4+9)} = 2\sqrt{13}$.

Chọn câu (D).

25. Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (2; -2)$, $\overrightarrow{BC} = (0; -4)$

nên $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{8}$ và $|\overrightarrow{BC}| = 4$.

Ta còn có : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-2) = 0$ (h.2.30).



Hình 2.30

Vậy $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ và tam giác ABC vuông cân tại A .

Chọn câu (D).

26. Ta có $\overrightarrow{BA} = (7; 3)$, $\overrightarrow{BC} = (3; -7)$, $\overrightarrow{AC} = (-4; -10)$.

Do đó $|\overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{58}$

và ta còn có $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 21 - 21 = 0$. Ta suy ra $\overrightarrow{BA} \perp \overrightarrow{BC}$.

Vậy tam giác vuông cân tại B .

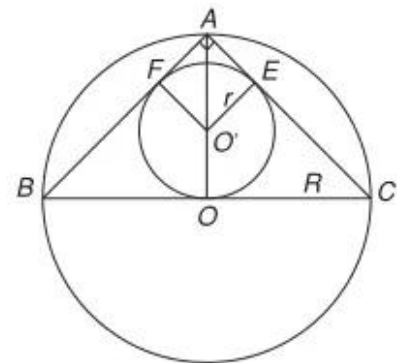
Chọn câu (B).

27. Ta có $BC = 2R$ và $OA = R$ (h.2.31).

Đường tròn nội tiếp tâm O' tiếp xúc với các cạnh BC , CA , AB lần lượt tại O , E , F .

Tứ giác $O'EAF$ là hình vuông

nên $O'A = O'E\sqrt{2} = r\sqrt{2}$.



Hình 2.31

Do đó $OA = r + r\sqrt{2} = R$

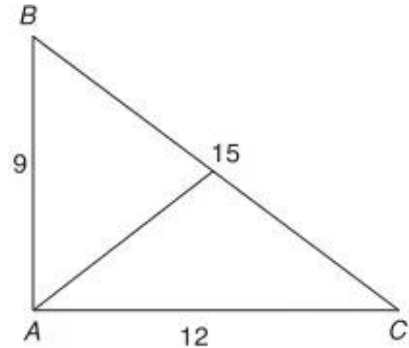
Vậy $r(1 + \sqrt{2}) = R$ nên $\frac{R}{r} = \frac{r(1 + \sqrt{2})}{r} = 1 + \sqrt{2}$.

Chọn câu (A).

28. Vì $BC^2 = AB^2 + AC^2$
nên ta có tam giác ABC vuông tại A .
Do đó trung tuyến

$$AM = \frac{BC}{2} = 7,5 \text{ cm (h.2.32).}$$

Chọn câu (D).



Hình 2.32

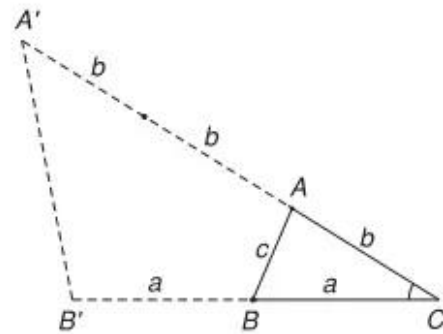
29. Ta có công thức

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}ab \sin C \text{ (h.2.33).}$$

Gọi S' là diện tích tam giác mới, ta có :

$$S' = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 3b \cdot \sin C = 6S_{ABC}.$$

Chọn câu (D).

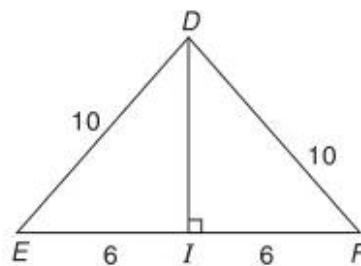


Hình 2.33

30. Tam giác DIF vuông tại I nên :

$$DI = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ (h.2.34).}$$

Chọn câu (C).



Hình 2.34