

HƯỚNG DẪN TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP ÔN TẬP CHƯƠNG III

I. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

1. Ta có $CD : x + 2y - 12 = 0$ (h.3.13).

Vì AB và CD là hai cạnh của hình chữ nhật nên :

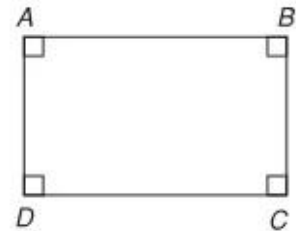
$$AB \parallel CD$$

$$\Rightarrow AB : x + 2y + c_1 = 0$$

$$A \in AB \Rightarrow 5 + 2 + c_1 = 0$$

$$\Rightarrow c_1 = -7$$

Vậy phương trình AB là : $x + 2y - 7 = 0$.



Hình 3.13

Ta có : $AD \perp AB$ suy ra phương trình AD có dạng :

$$2x - y + c_2 = 0.$$

$$A \in AD \Rightarrow 10 - 1 + c_2 = 0 \Rightarrow c_2 = -9.$$

Vậy phương trình của AD là : $2x - y - 9 = 0$.

Ta có : $BC \parallel AD$ suy ra phương trình BC có dạng :

$$2x - y + c_3 = 0.$$

$$C \in BC \Rightarrow -6 + c_3 = 0 \Rightarrow c_3 = 6.$$

Vậy phương trình BC là : $2x - y + 6 = 0$.

2. Ta có : $A(1 ; 2)$, $B(-3 ; 1)$, $C(4 ; -2)$.

Với điểm $M(x ; y)$, ta có :

$$MA^2 + MB^2 = MC^2$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (x+3)^2 + (y-1)^2 = (x-4)^2 + (y+2)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 12x - 10y - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+6)^2 + (y-5)^2 = 66.$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn tâm $I(-6 ; 5)$ bán kính $R = \sqrt{66}$.

3. Theo đề bài : $\Delta_1 : 5x + 3y - 3 = 0$

$$\Delta_2 : 5x + 3y + 7 = 0.$$

Ta có : $M(x ; y)$ cách đều Δ_1 và $\Delta_2 \Leftrightarrow d(M, \Delta_1) = d(M, \Delta_2)$

$$\Leftrightarrow \frac{|5x + 3y - 3|}{\sqrt{25 + 9}} = \frac{|5x + 3y + 7|}{\sqrt{25 + 9}}$$

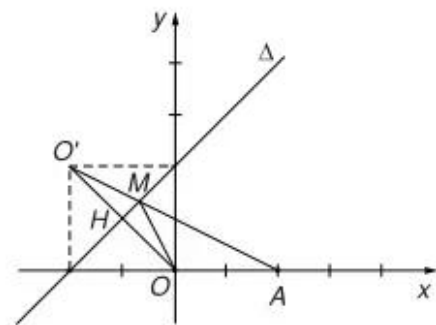
$$\Leftrightarrow 5x + 3y + 2 = 0.$$

Vậy tập hợp các điểm M cách đều hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 là đường thẳng Δ có phương trình : $5x + 3y + 2 = 0$.

4. (Xem h.3.14).

a) Đường thẳng (d) đi qua O và vuông góc với (Δ) có phương trình : $x + y = 0$.

(d) cắt (Δ) tại $H(-1 ; 1)$.



Hình 3.14

Ta có : O' là điểm đối xứng của O qua $\Delta \Leftrightarrow H$ là trung điểm của đoạn OO'
 $\Leftrightarrow O'(-2; 2)$.

b) Ta có : $OM + MA$ ngắn nhất $\Leftrightarrow O'M + MA$ ngắn nhất
 $\Leftrightarrow O', M, A$ thẳng hàng
 $\Leftrightarrow M \equiv M_0$

với M_0 là giao điểm của $O'A$ và Δ và có toạ độ là $\left(\frac{-2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

5. a) Gọi $G(x_G; y_G)$ là trọng tâm tam giác ABC , ta có :

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1$$

$$y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{2}{3}$$

Vậy toạ độ của G là $\left(1; \frac{2}{3}\right)$ (xem h.3.15).

Gọi $H(x_H; y_H)$ là trực tâm tam giác ABC .

$$\overrightarrow{AH} = (x_H - 4; y_H - 3)$$

$$\overrightarrow{BC} = (-5; -15)$$

$$\overrightarrow{BH} = (x_H - 2; y_H - 7)$$

$$\overrightarrow{AC} = (-7; -11).$$

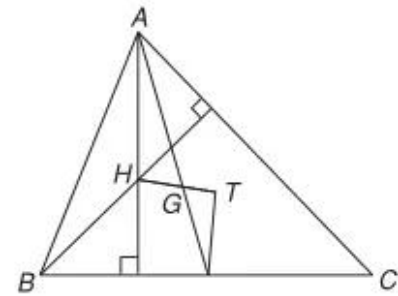
Ta có : H là trực tâm tam giác $ABC \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5(x_H - 4) - 15(y_H - 3) = 0 \\ -7(x_H - 2) - 11(y_H - 7) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_H + 3y_H = 13 \\ 7x_H + 11y_H = 91 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_H = 13 \\ y_H = 0. \end{cases}$$

Vậy toạ độ của H là $(13; 0)$.



Hình 3.15

b) Phương trình đường tròn (\mathcal{C}) ngoại tiếp tam giác ABC có dạng :

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0.$$

$$\text{Ta có : } A, B, C \in (\mathcal{C}) \Leftrightarrow \begin{cases} 16 + 9 - 8a - 6b + c = 0 \\ 4 + 49 - 4a - 14b + c = 0 \\ 9 + 64 + 6a + 16b + c = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -8a - 6b + c = -25 \\ -4a - 14b + c = -53 \\ 6a + 16b + c = -73 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 1 \\ c = -59. \end{cases}$$

Vậy ta được tọa độ tâm T của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $(-5 ; 1)$.

Ta có : $\overrightarrow{TH} = (18 ; -1)$

$$\overrightarrow{TG} = \left(6 ; -\frac{1}{3} \right).$$

Vì $\overrightarrow{HG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{HT}$ hoặc $\overrightarrow{TH} = 3\overrightarrow{TG}$ nên T, G, H thẳng hàng.

c) Theo câu b) ta có phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là :

$$x^2 + y^2 + 10x - 2y - 59 = 0 \Leftrightarrow (x+5)^2 + (y-1)^2 = 85.$$

6. Ta đặt $\Delta_1 : 3x - 4y + 12 = 0$

$$\Delta_2 : 12x + 5y - 7 = 0.$$

Ta có : Điểm $M(x ; y)$ thuộc phân giác của các góc tạo bởi Δ_1 và Δ_2 khi và chỉ khi $d(M, \Delta_1) = d(M, \Delta_2)$

$$\Leftrightarrow \frac{|3x - 4y + 12|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|12x + 5y - 7|}{\sqrt{144 + 25}}$$

$$\Leftrightarrow 13|3x - 4y + 12| = 5|12x + 5y - 7|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 21x + 77y - 191 = 0 \\ 99x - 27y + 121 = 0. \end{cases}$$

Vậy hai đường phân giác của các góc tạo bởi Δ_1 và Δ_2 có phương trình là :

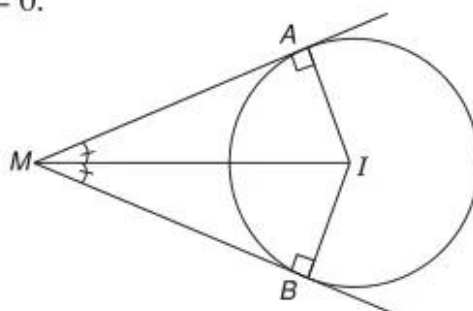
$$d : 21x + 77y - 191 = 0$$

$$d' : 99x - 27y + 121 = 0.$$

7. $MI = 2R = 6$ (Xem h. 3.16).

Vậy tập hợp các điểm M là đường tròn tâm $I(1; 2)$, bán kính $IM = 6$ và có phương trình :

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 36.$$



Hình 3.16

8. a) Ta có $\Delta_1 : 2x + y - 4 = 0$

$$\Delta_2 : 5x - 2y + 3 = 0.$$

$$\cos(\widehat{\Delta_1, \Delta_2}) = \frac{|10-2|}{\sqrt{4+1} \cdot \sqrt{25+4}} = \frac{8}{\sqrt{145}}.$$

Vậy $(\widehat{\Delta_1, \Delta_2}) \approx 48^\circ 21' 59''.$

- b) Ta có $\Delta_1 : 2x + y - 4 = 0$

$$\Delta_2 : x - 2y + 3 = 0.$$

Ta tính được : $\cos(\widehat{\Delta_1, \Delta_2}) = 0.$

Vậy $(\widehat{\Delta_1, \Delta_2}) = 90^\circ.$

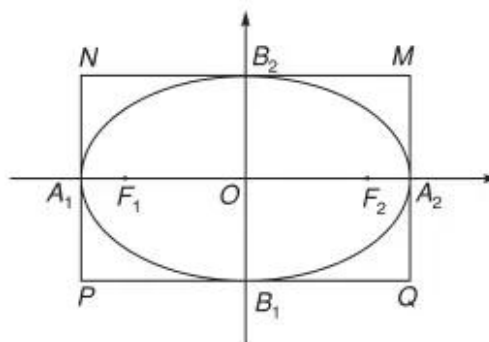
9. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

với $a = 4, b = 3, c = \sqrt{7}$ (h.3.17).

(E) có tiêu điểm : $F_1(-\sqrt{7}; 0),$

$F_2(\sqrt{7}; 0)$ và có các đỉnh $A_1(-4; 0),$

$A_2(4; 0), B_1(0; -3), B_2(0; 3).$



Hình 3.17

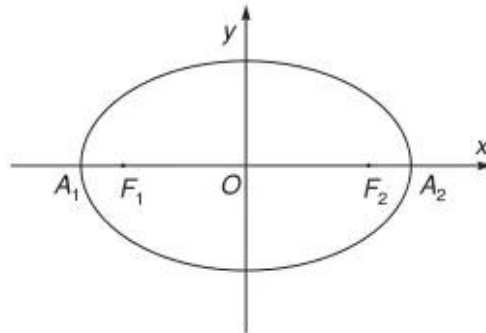
$$10. \quad \begin{cases} 2a = 769\,266 \text{ km} \\ 2b = 768\,106 \text{ km.} \end{cases}$$

Vậy khoảng cách ngắn nhất từ tâm Trái Đất đến tâm Mặt Trăng là :

$$A_1F_1 = a - c = 363\,517 \text{ (km).}$$

Khoảng cách dài nhất từ tâm Trái Đất đến tâm Mặt Trăng là :

$$F_1A_2 = a + c = 405\,749 \text{ (km).}$$



Hình 3.18

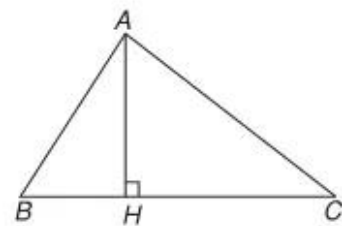
II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1. $\vec{n}_{AH} = \vec{BC} = (2; 3).$

Phương trình đường cao AH là :

$$2(x - 1) + 3(y - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3y - 8 = 0, \text{ chọn câu (A).}$$



Hình 3.19

2. $M\left(\frac{3}{2}; 4\right)$ và $\vec{CM} = \left(-\frac{3}{2}; 6\right)$

Đường thẳng CM có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = -\frac{2}{3}\vec{CM} = (1; -4)$

Phương trình tham số của đường thẳng CM là :

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \end{cases}, \text{ chọn câu (B).}$$

3. Khử tham số t từ phương trình tham số ta được

$$2x + y - 1 = 0, \text{ chọn câu (A).}$$

4. Phương trình Δ có dạng : $4x + 2y + c = 0$ (1)
Thay toạ độ của $M(1 ; 0)$ vào (1) ta tính được $c = -4$.
Vậy phương trình của Δ là : $4x + 2y - 4 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 2 = 0$, chọn câu (C).
5. d có hệ số góc $k = -\frac{3}{5}$, câu (C) sai.
6. $R = d(I, \Delta) = \frac{|0+8-23|}{\sqrt{9+16}} = 3$, chọn câu (D).
7. $d_1 // d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{m+3} = \frac{1}{1} & (1) \\ \frac{1}{1} \neq \frac{4-m}{-2m-1} & (2) \end{cases}$
- (1) $\Leftrightarrow m = -1$
Vì $m = -1$ thoả mãn (2) nên
 $m = -1$, chọn câu (B).
8. $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Rightarrow (\widehat{d_1, d_2}) = 90^\circ$, chọn câu (D).
9. $\cos(\widehat{\Delta_1, \Delta_2}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\widehat{\Delta_1, \Delta_2}) = 45^\circ$, chọn câu (A).
10. $d(M, \Delta) = \frac{|0 \cdot \cos \alpha + 3 \sin \alpha + 3(2 - \sin \alpha)|}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}}$
 $d(M, \Delta) = 6$, chọn câu (B).
11. Phương trình đường tròn có dạng :
 $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$
trong đó a, b, c phải thoả điều kiện :
 $a^2 + b^2 - c > 0$, chọn câu (D).
12. Đường tròn (C) : $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 20 = 0$ có tâm $I(-1 ; -2)$, bán kính
 $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{1+4+20} = 5$.
Câu (A) sai, chọn câu (A).

13. (C) có tâm $I(1; 2)$. Tiếp tuyến tại điểm $M(3; 4)$ của (C) có vectơ pháp tuyến

$$\vec{n} = \overline{IM} = (2; 2).$$

Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại M là :

$$2(x - 3) + 2(y - 4) = 0 \quad \text{hay} \quad x + y - 7 = 0, \text{ chọn câu (A).}$$

14. (C) có tâm $I(2; 1)$ bán kính $R = \sqrt{5}$

$$d(I, \Delta) = \frac{|2+2+1|}{\sqrt{1+4}} = \sqrt{5}.$$

Ta có $d(I, \Delta) = R$.

Vậy Δ tiếp xúc với (C), chọn câu (C).

15. (C) : $x^2 + y^2 - x + y - 1 = 0$

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$

$$a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}, c = -1.$$

Vậy (C) có tâm $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ và bán kính $R = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 1} = \frac{\sqrt{6}}{2}$, chọn câu (B).

16. Kiểm tra điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$ ta được $m < 1$ hay $m > 2$, chọn câu (C).

17. Gọi I là tâm của (C).

Δ tiếp xúc với (C) $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|m|}{5} = 1 \Leftrightarrow m = \pm 5, \text{ chọn câu (B).}$$

18. Ta có : $A(1; 1)$, $B(7; 5)$. Gọi I là tâm của đường tròn đường kính AB , tọa độ của I là $I(4; 3)$, bán kính $R = IB = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$. Vậy (C) có phương trình

$$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 13$$

hay $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$, chọn câu (B).

19. Đường tròn đi qua ba điểm $A(0; 2)$, $B(-2; 0)$, $C(2; 0)$ có tâm $O(0; 0)$ và bán kính $R = 2$ nên có phương trình $x^2 + y^2 - 4 = 0$, chọn câu (D).

20. (C) có tâm $I(4; 3)$ và bán kính $R = 2$, $IM = \sqrt{17} > R$. Vậy M nằm ngoài (C), chọn câu (A).

21. (E) : $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow a = 5, b = 3.$

Độ dài trục nhỏ $2b = 6$.

Mệnh đề (IV) sai, chọn câu (D).

22. $a = 3, c = 1 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 9 - 1 = 8.$

Phương trình chính tắc của (E) là

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1, \text{ chọn câu (C).}$$

23. (E) : $x^2 + 4y^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1$

$$\Rightarrow a = 1, b = \frac{1}{2}$$

$$c^2 = a^2 - b^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$c = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

(E) có trục lớn $2a = 2$

trục nhỏ $2b = 1$

$$\text{tiêu điểm } F_1 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; 0 \right)$$

tiêu cự $2c = \sqrt{3}$, chọn câu (D).

24. Tung độ giao điểm của (E) và $\Delta : x = c$ được xác định bởi phương trình :

$$\frac{c^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow y^2 = \frac{b^2}{a^2} (a^2 - c^2)$$

$$\Leftrightarrow y^2 = \frac{b^4}{a^2} \Leftrightarrow y = \pm \frac{b^2}{a}.$$

(Δ) cắt (E) tại M và N ta có

$$MN = \frac{b^2}{a} - \left(-\frac{b^2}{a} \right) = \frac{2b^2}{a}, \text{ chọn câu (B).}$$

25. $2a = 26 \Leftrightarrow a = 13$

$$\frac{c}{a} = \frac{c}{13} = \frac{12}{13}$$

Suy ra $c = 12$

$$b^2 = a^2 - c^2 = 169 - 144 = 25 \Rightarrow b = 5.$$

Vậy $2b = 10$, chọn câu (B).

26. (E) : $4x^2 + 9y^2 = 36$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

$$a = 3 ; b = 2$$

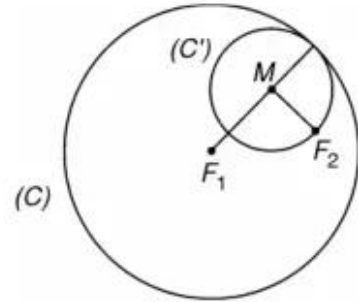
$$c^2 = a^2 - b^2 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5}$$

(E) có tiêu cự là $2c = 2\sqrt{5}$, chọn câu (C).

27. Gọi r là bán kính của đường tròn (C') ta có (h.3.20) : $F_1M = 2a - r$ và $F_2M = r$

$$\Rightarrow F_1M + F_2M = 2a.$$

Vậy M di động trên một elip, chọn câu (C).



Hình 3.20

28. Điểm $M(5 \cos t ; 4 \sin t)$ có tọa độ thỏa mãn phương trình $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$, suy ra M di động trên một đường elip. Chọn câu (A).

29. Vì $M(0 ; -b)$ là một đỉnh trên trục nhỏ của elip nên ta có $MF_1 = MF_2$.

$$\text{Suy ra } MF_1, MF_2 - OM^2 = MF_1^2 - OM^2$$

$$b^2 + c^2 - b^2 = c^2, \text{ chọn câu (A).}$$

30. Do đường thẳng Δ vuông góc với Oy tại $B_1(0 ; -3)$ nên ta có :

$$d(F_1, \Delta) = d(F_2, \Delta) = b. \text{ Suy ra } d(F_1, \Delta) \cdot d(F_2, \Delta) = b^2 = 9, \text{ chọn câu (B).}$$