

## NHỮNG VẤN ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I

### I. NHỮNG KIẾN THỨC CƠ BẢN

1.
  - Vectơ là một đoạn thẳng có hướng, nghĩa là có phân biệt điểm đầu và điểm cuối của đoạn thẳng đó.
  - Hai vectơ được gọi là bằng nhau nếu chúng có cùng hướng và cùng độ dài.
  - Vectơ  $\vec{0}$  là một vectơ đặc biệt có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau.
  - $\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow |\vec{a}| = 0 \Leftrightarrow \vec{a}$  cùng phương với hai vectơ không cùng phương.
2.
  - Tổng của hai vectơ : Với ba điểm  $A, B, C$  bất kì ta có :  
 $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$  ;  $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$ , trong đó tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành (quy tắc hình bình hành).
  - Các tính chất của tổng các vectơ : giao hoán, kết hợp và tính chất của vectơ  $\vec{0}$ .

### 3. Hiệu của hai vectơ

- Định nghĩa vectơ đối.
- Định nghĩa hiệu của hai vectơ .
- Quy tắc ba điểm về hiệu của hai vectơ : với ba điểm  $A, B, C$  bất kì ta có  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ .

### 4. Nhân một số $k$ với vectơ $\vec{a}$ : $k\vec{a}$ là vectơ có độ dài là $|k| \cdot |\vec{a}|$ , cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $k > 0$ , ngược hướng với $\vec{a}$ nếu $k < 0$ .

Các tính chất của phép nhân một số với một vectơ : Với hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bất kì, với mọi số  $h$  và  $k$ , ta có

$$k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$$

$$(k + h)\vec{a} = k\vec{a} + h\vec{a}$$

$$h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$$

$$1 \cdot \vec{a} = \vec{a}, (-1) \cdot \vec{a} = -\vec{a}.$$

$$k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow k = 0 \text{ hoặc } \vec{a} = \vec{0}.$$

### 5. Một số áp dụng :

a) Ba điểm phân biệt  $A, B$  và  $C$  thẳng hàng  $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  cùng phương  $\Leftrightarrow$  có số  $k$  để  $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$  .

b)  $I$  là trung điểm của  $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}, \forall M$ .

c)  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC \Leftrightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}, \forall M.$$

d) Cho  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng phương,  $\vec{x}$  tùy ý. Khi đó có duy nhất hai số  $h$  và  $k$  sao cho  $\vec{x} = k\vec{a} + h\vec{b}$ .

6.  $M(x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$ .

$$\vec{u} = (a_1; a_2) \Leftrightarrow \vec{u} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}.$$

### 7. Một số công thức về tọa độ :

a) Cho  $\vec{u} = (a_1; a_2)$  và  $\vec{v} = (b_1; b_2)$ . Ta có  $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \end{cases}$ .

b)  $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$ ;

c) Cho  $\vec{u} = (x; y)$ ,  $\vec{u}' = (x'; y')$

$$\vec{u} + \vec{u}' = (x + x'; y + y')$$

$$\vec{u} - \vec{u}' = (x - x'; y - y')$$

$$k\vec{u} = (kx; ky).$$

d) Nếu  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  thì

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2}, \quad y_I = \frac{y_A + y_B}{2}.$$

Nếu  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  thì

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \quad y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}.$$

## II. NHỮNG KĨ NĂNG CƠ BẢN

1. Biết thực hiện phép cộng vectơ, phép trừ vectơ. Biết sử dụng quy tắc ba điểm đối với phép cộng vectơ ( $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}$ ) và đối với phép trừ vectơ ( $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$ ). Biết sử dụng quy tắc hình bình hành để cộng hai vectơ hoặc trừ hai vectơ.
2. Biết phân tích một vectơ thành tổng của hai vectơ không cùng phương.
3. Biết chứng minh hai vectơ cùng phương và biết chứng minh ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng bằng phương pháp vectơ.
4. Biết tính tích vô hướng của hai vectơ. Biết tính độ dài của vectơ và tính góc của hai vectơ dựa vào định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ.
5. Biết xác định tọa độ của một vectơ, của một điểm. Biết tính tọa độ của các vectơ  $\vec{u} + \vec{v}$ ,  $\vec{u} - \vec{v}$ ,  $k\vec{u}$ . Biết tìm tọa độ trung điểm, tọa độ trọng tâm tam giác.

## III. GỢI Ý ĐỀ KIỂM TRA CUỐI CHƯƠNG

### ĐỀ SỐ 1 (45 phút)

**Câu 1.** (3 điểm)

Cho hình bình hành  $ABCD$  có hai đường chéo cắt nhau tại  $O$ . Hãy thực hiện các phép toán sau :

a)  $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO}$  ;      b)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$  ;      c)  $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$ .



**Câu 2. (3 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ ,  $K$  là trung điểm của  $BI$ .  
Chứng minh :

a)  $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AI}$  ;                      b)  $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 3. (3 điểm)**

Cho tam giác đều  $OAB$  có cạnh bằng 1, điểm  $O$  trùng với gốc toạ độ,  $AB$  song song với  $Ox$ ,  $A$  là điểm có toạ độ dương. Tính toạ độ hai đỉnh  $A$  và  $B$ .

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1**

a)  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MO}$ ,  $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MO}$ . Vậy  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$ .

b)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = AC$ .

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}| = DB$ .

Vì hai đường chéo hình chữ nhật bằng nhau nên :  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}|$ .

**Câu 2**

a) Vì  $K$  là trung điểm của  $BI$  nên  $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AI}$  (1).

b) Vì  $I$  là trung điểm của  $BC$  nên  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$  (2).

Thay (2) vào (1) ta có  $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 3**

$A\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right), B\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ .

**ĐỀ SỐ 3 (45 phút)**

**Câu 1. (2 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  và  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Phân tích  $\overrightarrow{AM}$  theo  $\overrightarrow{BA}$  và  $\overrightarrow{CA}$ .

**Câu 2. (3 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$ . Các điểm  $M, N$  và  $P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC$  và  $CA$ . Chứng minh rằng  $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$ .

**Câu 3. (3 điểm)**

Cho hai vectơ  $\vec{u} = (3; -4)$  và  $\vec{v} = (2; 5)$ .

a) Tìm tọa độ của các vectơ  $\vec{u} + \vec{v}$ ,  $\vec{u} - \vec{v}$  và  $2\vec{u} + 3\vec{v}$ .

b) Tìm  $a$  sao cho  $\vec{w} = (a; 16)$  và  $\vec{u}$  cùng phương. Khi đó  $\vec{u}$  và  $\vec{w}$  cùng hướng hay ngược hướng ?

**Câu 4. (2 điểm)**

Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $A(3; 2)$ ,  $B(4; 1)$  và  $C(1; 5)$ . Tìm tọa độ của  $D$ .

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1**

$$\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC} = -\frac{1}{2}\vec{BA} - \frac{1}{2}\vec{CA}.$$

**Câu 2**

$$\begin{aligned}\vec{AN} + \vec{BP} + \vec{CM} &= \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{BC} + \vec{BA} + \vec{CB} + \vec{CA}) \\ &= \frac{1}{2}[(\vec{AB} + \vec{BA}) + (\vec{AC} + \vec{CA}) + (\vec{BC} + \vec{CB})] = \vec{0}.\end{aligned}$$

**Câu 3**

a)  $\vec{u} + \vec{v} = (5; 1)$

$\vec{u} - \vec{v} = (1; -9)$

$2\vec{u} + 3\vec{v} = (12; 7)$ .

b)  $a = -12$ . Khi đó  $\vec{w} = -4\vec{u}$  nên  $\vec{w}$  và  $\vec{u}$  ngược hướng.

**Câu 4**

Gọi  $D(x; y)$  thì  $\vec{DC} = (1 - x; 5 - y)$ . Ta có  $\vec{AB} = (1; -1)$ , vì  $\vec{AB} = \vec{DC}$  nên

$$\begin{cases} 1 - x = 1 \\ 5 - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 6. \end{cases}$$

Vậy điểm  $D$  có tọa độ là  $(0; 6)$ .