NHỮNG VẤN ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG II

I. NHỮNG KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa giá trị lượng giác của một góc α với $0^o \leq \alpha \leq 180^o$.

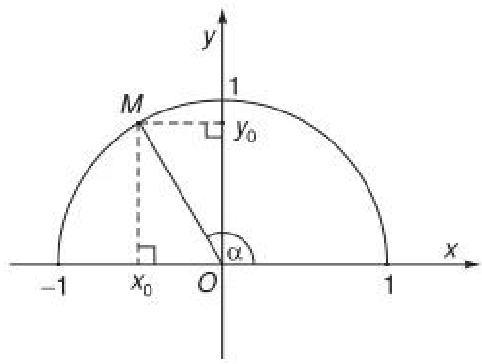
Với mỗi góc α ($0^o \leq \alpha \leq 180^o$) ta xác định một điểm M trên nửa đường tròn đơn vị của một hệ toạ độ vuông góc Oxy sao cho $\widehat{MOx} = \alpha$. Giả sử điểm M có toạ độ là $(x_o\,;\,y_o)$. Khi đó ta gọi :

$$\sin\alpha = y_o$$

$$\cos\alpha = x_o$$

$$\tan\alpha = \frac{y_o}{x_o} \quad \text{với } x_o \neq 0$$

$$\cot\alpha = \frac{x_o}{y_o} \quad \text{với } y_o \neq 0.$$



Hình 2.35

2. Tính chất : $\sin\alpha = \sin(180^o - \alpha)$

$$\cos\alpha = -\cos(180^o - \alpha)$$

$$\tan\alpha = -\tan(180^o - \alpha)$$

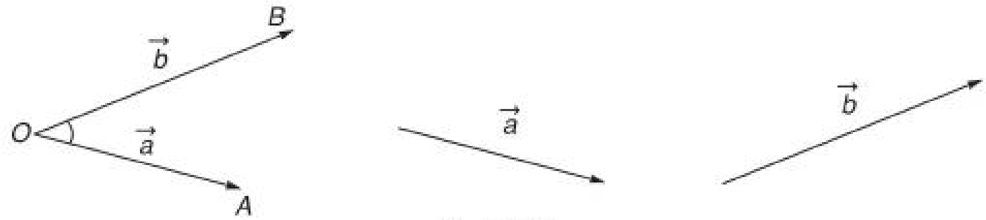
$$\cot\alpha = -\cot(180^o - \alpha).$$

3. Các giá trị lượng giác của các góc đặc biệt :

Giá trị lượng giác \ α	0^o	30^o	45^o	60^o	90^o	180^o
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	–1
$\tan\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$\|\|$	0
$\cot\alpha$	$\|\|$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\|\|$

4. Góc giữa hai vectơ

Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. Từ một điểm O bất kì ta vẽ $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Góc $\widehat{AOB}$ được gọi là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là $(\vec{a}, \vec{b})$. Khi đó ta có $(\vec{a}, \vec{b}) = \widehat{AOB}$ (h.2.36).



Hình 2.36

5. Tích vô hướng của hai vectơ

a) *Định nghĩa*. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số, kí hiệu là $\vec{a}.\vec{b}$ và được xác định bởi công thức sau :

$$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|\cos(\vec{a}, \vec{b}).$$

b) Các tính chất của tích vô hướng

Với ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ bất kì và mọi số k ta có :

- $\vec{a}.\vec{b} = \vec{b}.\vec{a}$ (tính chất giao hoán)
- $\vec{a}.(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a}.\vec{b} + \vec{a}.\vec{c}$ (tính chất phân phối)
- $(k\vec{a}).\vec{b} = k(\vec{a}.\vec{b}) = \vec{a}.(k\vec{b})$
- $\vec{a}.\vec{a} = \vec{a}^2 = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{0}$.

c) Biểu thức toạ độ của tích vô hướng

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2)$. Khi đó ta có biểu thức toạ độ của tích vô hướng $\vec{a}.\vec{b}$ là :

$$\vec{a}.\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2.$$

d) Độ dài của vectơ và khoảng cách giữa hai điểm

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$. Khi đó độ dài của vectơ $\vec{a}$ được tính theo công thức :

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}.$$

- Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai điểm $A(x_A;\ y_A)$ và $B(x_B;\ y_B)$. Khi đó khoảng cách giữa hai điểm A và B được tính theo công thức :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

6. Các hệ thức lượng trong tam giác

a) *Định lí côsin*. Trong tam giác ABC bất kì với $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ ta luôn có :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C.$$

b) *Hệ quả của định lí côsin*

Với mọi tam giác ABC, trong đó $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$, ta luôn có :

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

c) *Định lí sin*. Trong tam giác ABC bất kì với $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đó, ta luôn có :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$

7. Độ dài đường trung tuyến của tam giác

Định lí : Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Khi đó các độ dài m_a, m_b và m_c của các đường trung tuyến lần lượt vẽ từ các đỉnh A, B và C của tam giác được tính theo các công thức sau :

$$m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$$

$$m_b^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4} = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4}$$

$$m_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4} = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}.$$

8. Các công thức tính diện tích tam giác

Cho tam giác ABC có cạnh $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Gọi R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác và $p = \frac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi tam giác. Diện tích S của tam giác ABC được tính theo các công thức sau :

(1) $S = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ca\sin B$

(2) $S = \frac{abc}{4R}$

(3) $S = pr$

(4) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (công thức Hê-rông).

9. Giải tam giác

Muốn tính cạnh và góc của một tam giác khi đã biết các yếu tố cần thiết, người ta thường dùng các định lí sau đây :

a) Định lí Py-ta-go đối với tam giác vuông ;

b) Định lí côsin đối với tam giác bất kì ;

c) Định lí sin đối với tam giác bất kì ;

d) Định lí về tổng ba góc của một tam giác.

II. NHỮNG KĨ NĂNG CƠ BẢN

1. Biết tính giá trị lượng giác của một góc bất kì và đặc biệt làm quen với giá trị lượng giác các góc đặc biệt. Biết xác định góc giữa hai vectơ và tính được giá trị lượng giác của góc đó.

2. Biết dùng biểu thức toạ độ để tính tích vô hướng của hai vectơ, tính độ dài của một vectơ, tính khoảng cách giữa hai điểm.

3. Biết sử dụng định lí côsin và định lí sin để tính cạnh và tính góc của một tam giác, biết tính độ dài đường trung tuyến của một tam giác theo ba cạnh của tam giác đó.

4. Làm quen với việc tính diện tích tam giác dựa vào bốn công thức đã học và dựa vào các công thức này để tìm các yếu tố liên quan đối với tam giác như tính bán kính R, r của các đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác.

5. Cần tập làm quen với việc trả lời các câu hỏi trắc nghiệm về việc lựa chọn một trong bốn khả năng đã cho.

III. GỢI Ý ĐỀ KIỂM TRA CUỐI CHƯƠNG

ĐỀ SỐ 1 *(45 phút)*

Cho tam giác ABC có $\widehat{A} = 60^{\circ}$, cạnh $CA = 8$ cm, cạnh $AB = 5$ cm.

a) Tính cạnh BC. *(2 điểm)*

b) Tính diện tích S của tam giác ABC. *(2 điểm)*

c) Xét xem góc B tù hay nhọn. *(2 điểm)*

d) Tính độ dài đường cao AH. *(2 điểm)*

e) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác. *(2 điểm)*

ĐÁP ÁN

a) (h.2.37)

$$BC^2 = a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A = 8^2 + 5^2 - 2.8.5.\frac{1}{2} = 49.$$

Vậy $BC = 7$ cm.

b) $S = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}.8.5.\frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}\ (cm^2)$.

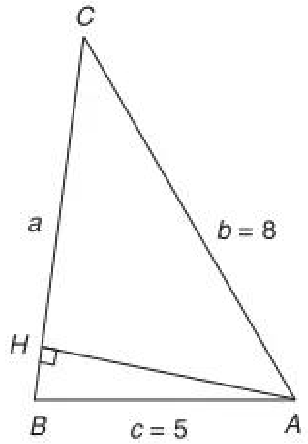
c) $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$.

$$a^2 + c^2 - b^2 = 7^2 + 5^2 - 8^2 = 10 > 0.$$

Vì $2ac > 0$ nên $\widehat{B}$ là góc nhọn.

d) $h_a = AH = \frac{2S}{a} = \frac{2.10\sqrt{3}}{7} = \frac{20\sqrt{3}}{7}$ (cm).

e) $S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{7.8.5}{40\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$ (cm).



Hình 2.37

ĐỀ SỐ 2 *(45 phút)*

Cho tam giác ABC có $a = 13$ cm, $b = 14$ cm, $c = 15$ cm.

a) Tính diện tích tam giác ABC. *(2 điểm)*

b) Góc B nhọn hay tù ? Tính góc B. *(3 điểm)*

c) Tính bán kính đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp tam giác. *(3 điểm)*

d) Tính độ dài đường trung tuyến m_b. *(2 điểm)*

ĐÁP ÁN

a) (h.2.38)

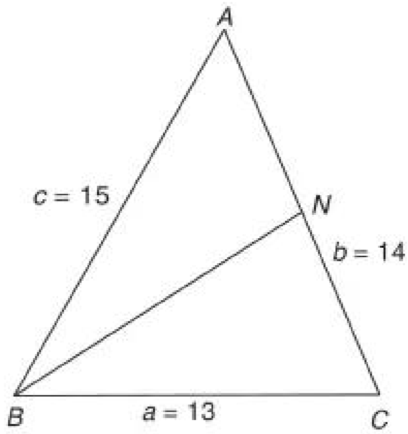
Dùng công thức Hê-rông để tính diện tích tam giác, ta có

$$p = \frac{1}{2}(13 + 14 + 15) = 21$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$= \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$$

$$= 84\ (cm^2).$$



Hình 2.38

b) Ta có $c > b$ nên $\widehat{B}$ nhọn.

Mặt khác $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{13^2 + 15^2 - 14^2}{2.13.15} = \frac{198}{390}.$

Ta có $\cos B = \frac{198}{390} \approx 0{,}5077 \Rightarrow \widehat{B} \approx 59^o29'.$

c) Áp dụng công thức $S = pr$ ta có : $84 = 21.r \Rightarrow r = 4$ cm.

Vậy đường tròn nội tiếp tam giác ABC có bán kính $r = 4$ cm.

Từ công thức $S = \frac{abc}{4R}$ suy ra $R = \frac{abc}{4S}$

$$R = \frac{13.14.15}{4.84} = \frac{2730}{336} = \frac{65}{8}\ \text{(cm)}.$$

d) $m_b^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4} = \frac{13^2 + 15^2}{2} - \frac{14^2}{4} = 197 - 49 = 148.$

Vậy $m_b = \sqrt{148} = 2\sqrt{37}\ (cm).$