NHỮNG VẤN ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG III

I. NHỮNG KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0 ; y_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (u_1 ; u_2)$:

$$\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 . \end{cases}$$

2. Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0 ; y_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (a ; b)$ là :

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

hay $\quad ax + by + c = 0$, với $c = -ax_0 - by_0$.

3. Khoảng cách từ điểm $A(x_A ; y_A)$ đến đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ được tính theo công thức :

$$d(A, \Delta) = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

4. Phương trình đường tròn tâm $I(a ; b)$, bán kính R là :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

hay $\quad x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

với $\quad c = a^2 + b^2 - R^2$.

5. Phương trình elip có tiêu điểm $F_1(-c ; 0)$, $F_2(c ; 0)$ và có độ dài trục lớn là $2a$ có dạng :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (0 < b < a) \text{ với } a^2 = b^2 + c^2.$$

II. NHỮNG KĨ NĂNG CƠ BẢN

1. Phương trình đường thẳng

– Viết phương trình tham số, phương trình tổng quát của đường thẳng.

– Tìm giao điểm của hai đường thẳng.

– Tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.

– Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng khi biết phương trình của hai đường thẳng đó.

2. Phương trình đường tròn

– Viết phương trình của đường tròn.

– Xác định được tâm và bán kính của đường tròn khi biết phương trình của đường tròn đó.

– Viết phương trình tiếp tuyến của một đường tròn khi biết toạ độ tâm của đường tròn và toạ độ tiếp điểm.

3. Phương trình elip

– Viết phương trình chính tắc của elip.

– Xác định các thành phần của elip khi biết phương trình chính tắc của elip đó.

III. GỢI Ý ĐỀ KIỂM TRA CUỐI CHƯƠNG III

ĐỀ SỐ 1 *(45 phút)*

Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC với $A(10\ ;\ 5)$, $B(3\ ;\ 2)$ và $C(6\ ;\ -5)$.

Câu 1. *(3 điểm)*

Tìm toạ độ điểm D xác định bởi hệ thức :

$\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

Câu 2. *(3 điểm)*

Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$. Chứng minh rằng tam giác ABC vuông.

Câu 3. *(4 điểm)*

Tìm toạ độ tâm và tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và tìm giao điểm của đường tròn này với đường thẳng $y = 5$.

ĐÁP ÁN

Câu 1

$$\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 10 = 3(3-10) - 2(6-10) \\ y_D - 5 = 3(2-5) - 2(-5-5) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = 16. \end{cases}$$

Vậy toạ độ của D là $(-3 ; 16)$.

Câu 2

$$\overrightarrow{BA} = (7 ; 3)$$

$$\overrightarrow{BC} = (3 ; -7)$$

$$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = 7.3 + 3.(-7) = 0.$$

Vậy tam giác ABC vuông tại B.

Câu 3

Do $\widehat{B} = 90^{\circ}$ nên đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC có tâm I là trung điểm của AC. Ta có

$$x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{10+6}{2} = 8$$

$$y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{5-5}{2} = 0.$$

Vậy (C) có tâm $I(8 ; 0)$ và bán kính

$$R = IA = \sqrt{(10-8)^2 + 5^2} = \sqrt{29}.$$

Vậy phương trình của (C) là :

$$(x-8)^2 + y^2 = 29.$$

(C) cắt đường thẳng $y = 5$ tại $M\ (x_M ;\ 5)$.

Ta có : $(x_M - 8)^2 + 25 = 29$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_M = 10 \\ x_M = 6. \end{array}\right.$$

Vậy có hai giao điểm là $M_1\,(10 ; 5)$ và $M_2\,(6 ; 5)$.

ĐỀ SỐ 2 *(45 phút)*

Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC, biết đỉnh $A(1 ; 1)$, trọng tâm $G(1 ; 2)$. Cạnh AC và đường trung trực của nó lần lượt có phương trình là $x + y - 2 = 0$ và $-x + y - 2 = 0$.

Câu 1. *(4 điểm)*

Tìm toạ độ trung điểm N của AC và toạ độ trung điểm M của BC.

Câu 2. *(3 điểm)*

Tìm toạ độ đỉnh B và đỉnh C.

Câu 3. *(3 điểm)*

Viết phương trình hai cạnh AB và BC.

ĐÁP ÁN

Câu 1

Toạ độ $(x ; y)$ của điểm N là nghiệm của hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ -x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2. \end{cases}$$

Vậy toạ độ của N là $(0 ; 2)$.

Ta có : $\overrightarrow{AM} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AG} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 1 = \dfrac{3}{2}(1-1) \\ y_M - 1 = \dfrac{3}{2}(2-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 1 \\ y_M = \dfrac{5}{2}. \end{cases}$

Vậy toạ độ của M là $\left(1 ; \dfrac{5}{2}\right)$.

Câu 2

Ta có : $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{NM} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - 1 = 2(1-0) \\ y_B - 1 = 2\left(\dfrac{5}{2} - 2\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 3 \\ y_B = 2. \end{cases}$

Vậy toạ độ của B là $(3 ; 2)$.

Ta có : $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - 3 = 2(1-3) \\ y_C - 2 = 2\left(\dfrac{5}{2} - 2\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -1 \\ y_C = 3. \end{cases}$

Vậy toạ độ của C là $(-1 ; 3)$.

Câu 3

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1 ; 1)$ và có vectơ chỉ phương

$\overrightarrow{AB} = (2 ; 1)$ nên có phương trình : $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{1} \Leftrightarrow x - 2y + 1 = 0.$

Tương tự phương trình BC là : $x + 4y - 11 = 0$.

ĐỀ SỐ 3 *(45 phút)*

Cho elip (E) : $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$ và đường thẳng $d : x + y - 5 = 0$.

Câu 1. *(3 điểm)*

Tìm toạ độ hai tiêu điểm F_1, F_2 và hai đỉnh A_1, A_2 trên trục lớn của elip.

Câu 2. *(3 điểm)*

Hai đường thẳng vuông góc với Ox tại A_1 và A_2 cắt d lần lượt tại M_1 và M_2.

Tìm toạ độ M_1 và M_2.

Câu 3. *(4 điểm)*

a) Tính các góc $\widehat{M_1F_1M_2}$ và $\widehat{M_1F_2M_2}$.

b) Chứng minh rằng tích các khoảng cách từ F_1 và F_2 đến đường thẳng d bằng bình phương nửa trục nhỏ của (E).

ĐÁP ÁN

Câu 1

Phương trình của (E) có dạng

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

trong đó $a = 4, b = 3$.

Từ đó suy ra $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}$.

(E) có hai tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{7} ; 0)$ và $F_2(\sqrt{7} ; 0)$ và hai đỉnh trên trục lớn là $A_1(-4 ; 0)$ và $A_2(4 ; 0)$.

Câu 2

Phương trình hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 vuông góc với Ox lần lượt tại A_1 và A_2 như sau

$$\Delta_1 : x = -4$$

$$\Delta_2 : x = 4 .$$

d cắt Δ_1 và Δ_2 lần lượt tại $M_1(-4 ; y_1)$ và $M_2(4 ; y_2)$. Ta có

$$M_1 \in (d) \Leftrightarrow -4 + y_1 - 5 = 0 \Leftrightarrow y_1 = 9$$

$$M_2 \in (d) \Leftrightarrow 4 + y_2 - 5 = 0 \Leftrightarrow y_2 = 1.$$

Vậy ta có toạ độ của M_1 và M_2 là $M_1(-4 ; 9)$, và $M_2(4 ; 1)$.

Câu 3

a) Ta có $\overrightarrow{F_1M_1} = (-4 + \sqrt{7} ; 9)$

$$\overrightarrow{F_1M_2} = (4 + \sqrt{7} ; 1)$$

$$\overrightarrow{F_1M_1} . \overrightarrow{F_1M_2} = (-4 + \sqrt{7})(4 + \sqrt{7}) + 9 = -16 + 7 + 9 = 0.$$

Vậy $\widehat{M_1F_1M_2} = 90^o$, tương tự ta cũng có

$$\widehat{M_1F_2M_2} = 90^o.$$

b) Ta có khoảng cách từ F_1 đến d bằng $F_1H_1 = \dfrac{\left|-\sqrt{7} - 5\right|}{\sqrt{2}}$.

Khoảng cách từ F_2 đến d bằng $F_2H_2 = \dfrac{\left|\sqrt{7} - 5\right|}{\sqrt{2}}$.

Từ đó suy ra $F_1H_1 . F_2H_2 = \dfrac{25 - 7}{2} = 9.$

Vậy $F_1H_1 . F_2H_2 = b^2$.