

§1. Phép dời hình trong không gian

I. MỤC TIÊU

Yêu cầu học sinh nắm được định nghĩa của phép dời hình trong không gian, định nghĩa này hoàn toàn tương tự như định nghĩa phép dời hình trong mặt phẳng. Từ các tính chất của phép dời hình, học sinh hiểu được rằng phép dời hình biến một hình H thành hình H' giống như hình H về hình dạng cũng như kích thước, chỉ có khác nhau về vị trí trong không gian.

II. NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

1. Phép biến hình trong không gian được hiểu như là một ánh xạ (chứ không phải là một song ánh) từ không gian vào chính nó. Như vậy, học sinh có thể hiểu rằng khái niệm đó cũng tương tự như khái niệm hàm số là một ánh xạ từ R vào R .

2. Phép dời hình được định nghĩa là phép biến hình bảo tồn khoảng cách. Từ đó ta có thể chứng minh rằng phép dời hình là một song ánh. Tính đơn ánh thì suy ra ngay từ định nghĩa, còn tính toàn ánh thì chứng minh phức tạp hơn, bởi vậy ta không nói đến trong sách giáo khoa.

3. Trong §1, SGK trình bày định nghĩa tổng quát của phép dời hình, và nêu ra các tính chất cơ bản của nó, rồi sau đó trong §2 mới giới thiệu các phép dời hình cụ thể như tịnh tiến, đối xứng qua mặt phẳng Chúng tôi cho rằng làm như vậy sẽ tiết kiệm thời gian, vì nếu không thì mỗi lần khi nói đến các phép dời hình cụ thể ta lại phải chứng minh nó có mọi tính chất chung của phép dời hình.

III. TRẢ LỜI [?] VÀ HƯỚNG DẪN HOẠT ĐỘNG

[?1] Điểm M là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng đi qua M , song song (hoặc trùng) với đường thẳng l . Phép chiếu song song f là một phép biến hình.

[?2] Ảnh của đường thẳng d là một đường thẳng nằm trên (P) nếu d không song song với l , và là giao điểm của d và (P) nếu d song song hoặc trùng với l .

Ảnh của mặt phẳng (α) là mặt phẳng (P) nếu (α) cắt l , và là giao tuyến của (P) và (α) nếu (α) song song với l hoặc chứa l .

?3 Phép chiếu song song lên mặt phẳng không phải là phép dời hình vì không bảo tồn khoảng cách. Chẳng hạn lấy hai điểm phân biệt M, N sao cho $MN \parallel l$ thì ảnh của M và N là hai điểm M', N' trùng nhau, nên $MN > M'N' = 0$.

?4 Phép đồng nhất là một phép dời hình.

IV. TRẢ LỜI CÂU HỎI VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP

1. a) Đúng.
b) Sai.
c) Đúng.
d) Sai.
e) Đúng.

2. a) Nếu a và b cắt nhau tại I và f biến I thành I' thì hiển nhiên a' và b' có điểm chung duy nhất I' nên a' và b' cắt nhau tại I' .

Nếu a và b song song thì chúng nằm trên mặt phẳng (P) và không có điểm chung. Khi đó nếu f biến (P) thành (P') thì a' và b' cùng nằm trên mặt phẳng (P') và cũng không có điểm chung. Vậy a' và b' song song.

Nếu a và b chéo nhau thì không có mặt phẳng nào chứa chúng. Bởi vậy cũng không có mặt phẳng nào chứa cả a' và b' . Vậy a' và b' chéo nhau.

b) Giả sử phép dời hình f biến tâm O của đường tròn $(O;R)$ thành điểm O' . Khi đó nếu $M \in (O;R)$ tức $OM = R$, và f biến M thành M' thì $O'M' = OM = R$ nên M' thuộc đường tròn $(O';R)$ có cùng bán kính R .

c) Giả sử phép dời hình f biến đoạn thẳng AB thành đoạn thẳng $A'B'$. Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của AB . Khi đó nếu $M \in (P)$, tức $MA = MB$, và f biến M thành M' thì $M'A' = M'B'$ nên M' thuộc mặt phẳng (P') , là mặt phẳng trung trực của $A'B'$.

d) Gọi M, N là trung điểm các cạnh AB, CD của tứ diện $ABCD$ và G là trung điểm của MN . Khi đó G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Nếu phép dời hình f biến các điểm A, B, C, D lần lượt thành các điểm A', B', C', D' thì nó biến M thành trung điểm M' của $A'B'$, biến N thành trung điểm N' của $C'D'$, và biến G thành trung điểm G' của $M'N'$. Do đó G' là trọng tâm tứ diện $A'B'C'D'$.