Một số đề kiểm tra
(để giáo viên tham khảo)

Một số câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1. Cho tam giác đều *ABC*. Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào đúng :

a) Có phép quay quanh đường thẳng với góc quay 60^{o} biến tam giác *ABC* thành chính nó.

b) Có phép đối xứng qua đường thẳng biến tam giác *ABC* thành chính nó.

c) Tam giác *ABC* có nhiều hơn ba mặt phẳng đối xứng.

d) Tam giác *ABC* có tâm đối xứng.

Câu 2. Hình ***H*** gồm một mặt phẳng (P) và hai đường thẳng phân biệt a, b cùng vuông góc với (P). Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào đúng ?

a) Có phép tịnh tiến khác phép đồng nhất biến hình ***H*** thành chính nó

b) Hình ***H*** có nhiều mặt phẳng đối xứng.

c) Hình ***H*** chỉ có một trục đối xứng.

d) Hình ***H*** không có tâm đối xứng.

Câu 3. Dùng một trong các cụm từ : *đồng nhất, tịnh tiến, đối xứng qua mặt phẳng, đối xứng trục, quay, đối xứng tâm, vị tự,* để điền vào các chỗ trống.......:

a) Phép......... biến mọi điểm bất kì thành chính nó.

b) Phép......... biến điểm M thành chính nó khi và chỉ khi M nằm trên một mặt phẳng (P) cho trước.

c) Phép......... biến điểm M thành chính nó khi và chỉ khi M nằm trên một đường thẳng d cho trước.

d) Phép......... có một điểm duy nhất biến thành chính nó.

e) Cho tứ diện $ABCD$. Có phép.......... biến các điểm A, B, C thành chính nó và biến điểm D thành điểm D' khác với D.

f) Cho đường thẳng d. Có phép.......... biến mỗi điểm M không thuộc d thành điểm M' thuộc mp(M, d).

g) Có phép........ biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$ không bằng tam giác ABC nhưng $AB // A'B'$, $BC // B'C'$, $CA // C'A'$.

h) Phép....... biến mọi đường thẳng thành đường thẳng song song (hoặc trùng) với đường thẳng đó.

Đáp án

Câu 1. Mệnh đề b) và c) đúng.

Câu 2. Mệnh đề b) đúng.

Câu 3. a) Đồng nhất.

b) Đối xứng qua mặt phẳng.

c) Quay quanh đường thẳng.

d) Vị tự (tỉ số $k \neq 1$).

e) Đối xứng qua mặt phẳng.

f) Đối xứng trục.

g) Vị tự.

h) Tịnh tiến hoặc vị tự.

Các đề kiểm tra 15 phút

Đề 1. Hình ***H*** gồm ba mặt phẳng (P), (Q) và (R) trong đó (P) song song với (Q) và (P) vuông góc với (R).

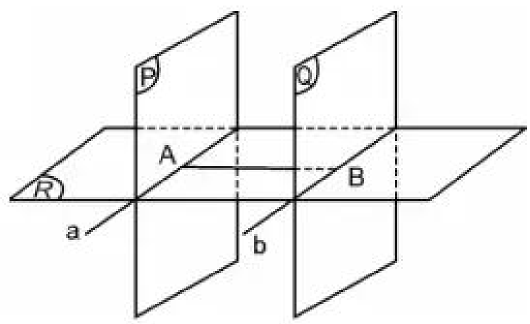
1. Tìm những phép tịnh tiến biến (P) thành (Q) và biến (R) thành chính nó.

2. Tìm các tâm đối xứng của ***H***.

Đáp án và thang điểm

Xem hình 3.

1. *(5 điểm).* Gọi a là giao tuyến của (P) và (R), b là giao tuyến của (Q) và (R) thì $a \parallel b$. Nếu phép tịnh tiến T biến (P) thành (Q) và biến (R) thành chính nó thì T biến a thành b. Lấy một điểm A trên a thì ảnh của A là điểm B trên b. Vậy vectơ tịnh tiến có thể lấy mọi vectơ $\overrightarrow{AB}$ với hai điểm A, B lần lượt nằm trên a và b.



Hình 3

2. *(5 điểm).* Tâm đối xứng của ***H*** là các điểm O nằm trên mặt phẳng (R), cách đều hai đường thẳng a và b.

Đề 2. Hình ***H*** gồm ba mặt phẳng (P), (Q) và (R) trong đó (P) song song với (Q) và (P) vuông góc với (R).

1. Tìm các mặt phẳng đối xứng của ***H***.

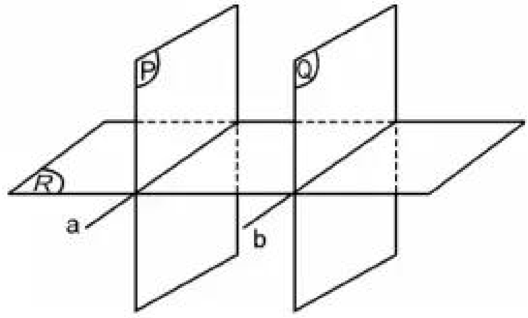
2. Tìm các trục đối xứng của ***H***.

Đáp án và thang điểm

Xem hình 4.

1. *(4 điểm)*. ***H*** có hai mặt phẳng đối xứng, đó là mặt phẳng (*R*) và mặt phẳng cách đều hai mặt phẳng (*P*) và (*Q*).

2. ***H*** có nhiều trục đối xứng : đó là bất kì đường thẳng nào nằm trên mặt phẳng (*R*) và vuông góc với a, ngoài ra còn đường thẳng nằm trên (*R*) cách đều *a* và *b*.



Hình 4

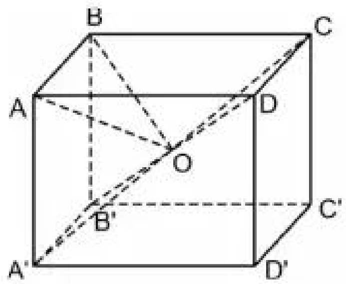
Đề 3. Cho hình lập phương *ABCD.A'B'C'D'* với tâm *O*. Xét các hình chóp có đỉnh tại *O* và đáy là một mặt của hình lập phương. Chứng minh rằng các hình chóp đó bằng nhau.

Đáp án và thang điểm

Xem hình 5.

- Nếu hai hình chóp có đáy song song, chẳng hạn *O.ABCD* và *O.C'D'A'B'*, thì phép đối xứng tâm *O* biến hình chóp này thành hình chóp kia nên chúng bằng nhau.

- Nếu hai hình chóp có chung một cạnh đáy, chẳng hạn *O.ABCD* và *O.ABB'A'*, thì phép đối xứng qua mặt phẳng (*OAB*) biến hình chóp này thành hình chóp kia, nên chúng bằng nhau.



Hình 5

Các đề kiểm tra 45 phút

Đề 1. Trong không gian cho mặt phẳng (P) và vectơ $\vec{v}$. Với mỗi điểm M trong không gian, lấy điểm M_1 đối xứng với M qua mặt phẳng (P), rồi lấy điểm M' sao cho $\overrightarrow{M_1M'} = \vec{v}$.

Như vậy ta có một phép biến hình f biến điểm M thành điểm M'

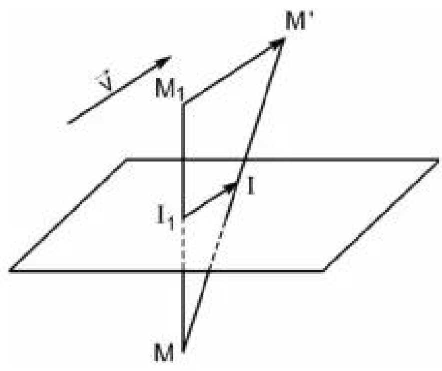
1. Chứng minh rằng phép biến hình f là một phép dời hình.

2. Gọi I_1 là trung điểm đoạn thẳng M_1M và I là trung điểm đoạn thẳng MM'. Chứng minh rằng $\overrightarrow{I_1I} = \dfrac{\vec{v}}{2}$.

3. Chứng minh khi M thay đổi các điểm I luôn luôn nằm trên một mặt phẳng cố định.

Đáp án và thang điểm

Xem hình 6.



Hình 6

1. *(2 điểm)*. Phép biến hình f là kết quả của việc thực liện liên tiếp hai phép dời hình : phép đối xứng qua mặt phẳng (P) và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$. Vì hai phép đó không làm thay đổi khoảng cách giữa hai điểm nên phép f cũng có tính chất đó.

Vậy f là phép dời hình.

2. *(4 điểm)*. Gọi I_1 là trung điểm đoạn thẳng MM_1 thì :

$$\overrightarrow{I_1I} = \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{MI_1} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MM'} - \overrightarrow{MM_1}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{M_1M'} = \frac{\vec{v}}{2}.$$

3. *(4 điểm)*. Vì I_1 là trung điểm MM_1 nên I_1 luôn luôn nằm trên mặt phẳng (P). Ngoài ra vì $\overrightarrow{I_1I} = \dfrac{\vec{v}}{2}$ nên phép tịnh tiến T theo vectơ $\dfrac{\vec{v}}{2}$ biến I_1 thành điểm I.

Bởi vậy nếu gọi (P') là ảnh của (P) qua phép tịnh tiến T thì điểm I luôn luôn nằm trên mặt phẳng (P').

Đề 2. Cho một đường thẳng Δ và một vectơ $\vec{v}$ vuông góc với vectơ chỉ phương của Δ. Với mỗi điểm M bất kì ta gọi M_1 là điểm đối xứng với M qua Δ, và M' là điểm sao cho

$$\overrightarrow{M_1M'} = \vec{v}.$$

Như vậy ta có một phép biến hình f biến điểm M thành điểm M'.

1. Chứng minh rằng f là phép dời hình.

2. Chứng minh rằng f biến các mặt phẳng vuông góc với Δ thành chính nó.

3. Chứng minh rằng khi M thay đổi, trung điểm I của đoạn thẳng MM' nằm trên một đường thẳng cố định Δ' mà $\Delta' \,//\, \Delta$.

4. Chứng minh rằng f là phép đối xứng qua đường thẳng Δ'.

Đáp án và thang điểm

Xem hình 7.

1. *(2 điểm).* Phép biến hình f là kết quả của việc thực hiện liên tiếp hai phép dời hình : phép đối xứng $Đ$ qua đường thẳng Δ và phép tịnh tiến T theo vectơ $\vec{v}$. Vì hai phép biến hình đó không làm thay đổi khoảng cách giữa hai điểm nên phép f cũng có tính chất đó. Vậy f là phép dời hình.

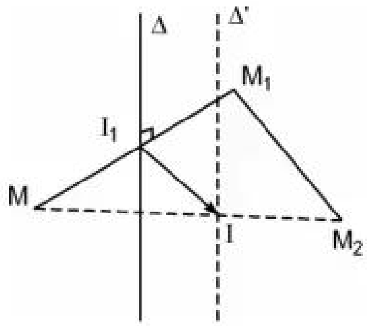
2. *(2 điểm).* Giả sử (P) là mặt phẳng vuông góc với Δ thì phép đối xứng $Đ$ biến (P) thành (P) và phép tịnh tiến T cũng biến (P) thành (P) (vì vectơ $\vec{v}$ song song với (P)). Do đó f biến (P) thành chính nó.

3. *(4 điểm).* Gọi I_1 là trung điểm đoạn thẳng MM_1 thì I_1 nằm trên Δ và

$$\overrightarrow{I_1I} = \overrightarrow{MI} - \overrightarrow{MI_1} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MM'} - \overrightarrow{MM_1}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{M_1M'} = \frac{\vec{v}}{2}.$$

Như vậy phép tịnh tiến T' theo vectơ $\frac{\vec{v}}{2}$ biến I_1 thành điểm I và vì I_1 nằm trên Δ nên I' nằm trên đường thẳng $\Delta' = T'(\Delta)$, và hiển nhiên $\Delta' \,//\, \Delta$.



Hình 7

4. *(2 điểm).* Vì Δ' vuông góc với MM' tại trung điểm I của MM' nên phép đối xứng qua Δ' biến M thành M', vậy f chính là phép đối xứng đó.

Đề 3. Cho một điểm O không nằm trên mặt phẳng (P). Với mỗi điểm M trong không gian, gọi M_1 là điểm sao cho $\overrightarrow{OM_1} = 2\overrightarrow{OM}$ và gọi M' là điểm đối xứng với M_1 qua mặt phẳng (P). Như vậy là ta có phép biến hình f biến điểm M thành điểm M'.

1. Chứng minh rằng f là một phép đồng dạng. Tỉ số của phép đồng dạng đó bằng bao nhiêu ?

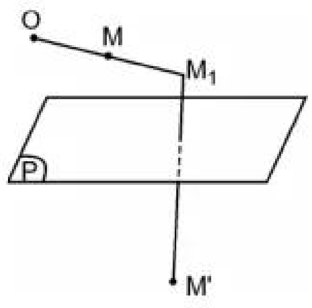
2. Giả sử (α) là một mặt phẳng đi qua O và vuông góc với mặt phẳng (P) thì f biến (α) thành mặt phẳng nào ?

3. Gọi d là một đường thẳng đi qua O và vuông góc với mặt phẳng (P) thì f biến d thành đường thẳng nào ?

Đáp án và thang điểm

Xem hình 8.

1. *(4 điểm).* Phép biến hình f là kết quả của việc thực hiện liên tiếp phép vị tự V tâm O tỉ số $k = 2$ và phép đối xứng $Đ$ qua mặt phẳng (P). Vì hai phép biến hình đó là phép đồng dạng nên f là phép đồng dạng có tỉ số 2.



Hình 8

2. *(3 điểm).* Vì (α) đi qua O nên phép vị tự biến (α) thành (α). Và vì (α) vuông góc với mặt phẳng (P) nên phép đối xứng qua (P) biến (α) thành (α).

Vậy f biến (α) thành (α).

3. *(3 điểm).* Vì d đi qua O nên phép vị tự biến d thành d, vì d vuông góc với mặt phẳng (P) nên phép đối xứng qua (P) biến d thành d.

Vậy f biến d thành d.