Các bài kiểm tra
(Để giáo viên tham khảo)

Đề kiểm tra 15 phút

Đề 1. (sau §2 chương IV) Cho ba điểm $A(-2 ; 5 ; -3)$, $B(1 ; -3 ; 2)$, $C(2 ; 0 ; -1)$.

1. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

2. Tính khoảng cách từ O tới mặt phẳng (ABC).

Đáp án và thang điểm

1. *(7 điểm).* $\overrightarrow{AB} = (3 ; -8 ; 5), \overrightarrow{AC} = (4 ; -5 ; 2)$, tìm một vectơ $\vec{n}$ vuông góc với $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ ta được $\vec{n} = (9 ; 14 ; 17)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua $A(-2 ; 5 ; -3)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (9 ; 14 ; 17)$ nên có phương trình :

$9(x + 2) + 14(y - 5) + 17(z + 3) = 0$ hay $9x + 14y + 17z - 1 = 0$.

2. *(3 điểm).* Khoảng cách từ O tới mặt phẳng (ABC) là

$$d = \frac{|-1|}{\sqrt{9^2 + 14^2 + 17^2}} = \frac{1}{\sqrt{81 + 196 + 289}} = \frac{1}{\sqrt{566}}.$$

Đề 2 (sau §3 chương IV).

Cho điểm $B(-2 ; 1 ; -3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình

$$2x - 3y + 5z - 4 = 0.$$

1. Tính khoảng cách từ gốc toạ độ O tới mặt phẳng (P).

2. Viết phương trình chính tắc và tham số của đường thẳng d đi qua B và vuông góc với (P).

Đáp án và thang điểm

1. *(3 điểm)* Khoảng cách d từ gốc toạ độ O tới mặt phẳng (P) là

$$d = \frac{|2.0 - 3.0 + 5.0 - 4|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 5^2}} = \frac{4}{\sqrt{38}}.$$

2. *(7 điểm)* Đường thẳng d đi qua B và vuông góc với mặt phẳng (P) có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{n_P}(2 ; -3 ; 5)$ nên có phương trình chính tắc là

$$\frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+3}{5}.$$

Phương trình tham số của đường thẳng d là

$$\begin{cases} x=-2+2t \\ y=1-3t \\ z=-3+5t. \end{cases}$$

Đề kiểm tra 45 phút

Đề 1. Trong không gian toạ độ $Oxyz$ cho các điểm :

$$A(3\,;-2\,;-2),\ B(3\,;2\,;0),\ C(0\,;2\,;1) \text{ và } D(-1\,;1\,;2).$$

1. Viết phương trình mặt phẳng (BCD). Chứng tỏ rằng $ABCD$ là hình tứ diện.

2. Viết phương trình mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (BCD).

3. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua A, song song với mặt phẳng (BCD) và vuông góc với Oz.

Đáp án và thang điểm

1. *(4 điểm).* Ta có $\overrightarrow{BC}=(-3\,;0\,;1), \overrightarrow{BD}=(-4\,;-1\,;2), \overrightarrow{BA}=(-4;-1;2)$. Dễ thấy rằng ba véctơ $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BA}$ không đồng phẳng. Vậy ABCD là hình tứ diện. Mặt phẳng (BCD) đi qua $B(3\,;2\,;0)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ vuông góc với $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{BD}$ nên tính ra được $\vec{n}=(1, 2, 3)$.

suy ra phương trình mặt phẳng (BCD) là $x+2y+3z-7=0$.

2. *(4 điểm)* Khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (BCD) là

$$d=\frac{|\,3-2.2-3.2-7\,|}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}}=\sqrt{14}\,.$$

Mặt cầu cần tìm có tâm A, bán kính $R=d$ nên có phương trình :

$$(x-3)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=14$$

hay $\quad x^2+y^2+z^2-6x+4y+4z+3=0.$

3. *(2 điểm).* Gọi $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của d thì $\vec{u}$ phải vuông góc với vectơ $\vec{n}(1\,;2\,;3)$ và $\vec{k}(0;0;1)$ nên

$$\vec{u}=(2\,;-1\,;0).$$

Ngoài ra d đi qua $A(3\,;-2\,;-2)$ nên d có phương trình :

$$\begin{cases}x=3+2t\\y=-2-t\\z=-2\end{cases}$$

Đề 2. Trong không gian toạ độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng d, d' và mặt phẳng (α) :

$$d:\ \frac{x-1}{3}=y-2=\frac{z+1}{2},\quad d':\ \begin{cases}x=2-3t\\y=2t\\z=4-2t\end{cases};\quad (\alpha):x+y-z-2=0.$$

1. Chứng minh d và d' chéo nhau.

2. Tìm toạ độ giao điểm I của d và (α). Viết phương trình mặt cầu tâm I đi qua O.

3. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ nằm trong (α), cắt cả d và d'.

Đáp án và thang điểm

1. *(4 điểm).* Đường thẳng d đi qua $M(1\,;2\,;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(3\,;1;2)$.

Đường thẳng d' đi qua điểm $M'(2,\ 0,\ 4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u'}(-3\,;2\,;-2)$.

Ta có $\overrightarrow{MM'}=(1\,;-2\,;5)$, và ba véctơ $\overrightarrow{MN},\vec{u},\vec{u'}$ không đồng phẳng.

Vậy d và d' chéo nhau.

2. *(3 điểm).* Toạ độ giao điểm I của d và (α) là nghiệm của hệ :

$$\begin{cases}\dfrac{x-1}{3}=y-2=\dfrac{z+1}{2}\\x+y-z-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3y-5\\z=2y-5\\x+y-z-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3y-5\\z=2y-5\\(3y-5)+y-(2y-5)-2=0.\end{cases}$$

Suy ra $\quad I = (-2 ; 1 ; -3)$.

Bán kính mặt cầu cần tìm là

$$R = OI = \sqrt{4 + 1 + 9} = \sqrt{15}.$$

Vậy mặt cầu cần tìm có phương trình :

$$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 15.$$

3. *(3 điểm)*. Gọi $J = d' \cap (\alpha)$ thì toạ độ J là nghiệm của hệ :

$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 2t \\ z = 4 - 2t \\ x + y - z - 2 = 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad t = 4 \quad \Rightarrow J = (-10 ; 8 ; -4).$$

Đường thẳng cần tìm phải đi qua I và J nên có phương trình chính tắc là :

$$\frac{x + 2}{-10 + 2} = \frac{y - 1}{8 - 1} = \frac{z + 3}{-4 + 3} \quad \Leftrightarrow \frac{x + 2}{8} = \frac{y - 1}{-7} = \frac{z + 3}{1}.$$