Ôn tập chuẩn bị thi tốt nghiệp

A. Các câu hỏi trắc nghiệm

1. a) Đó là các mặt phẳng : (SAC), (SBD) và (SOI).

b) Đó là đường thẳng SO.

c) Không có điểm nào.

2. a) Đó là mặt phẳng $(AA'D)$ và mặt phẳng trung trực của DD', mặt phẳng trung trực của AB.

b) Đó là : đường thẳng nối tâm hai đáy, đường thẳng nối trung điểm cạnh AA' và DD'.

c) Trung điểm của OO'.

3. Các đẳng thức a) và b) đúng.

4. Các đẳng thức a) và b) đúng.

5. Các mệnh đề a), d) đúng.

6. Mệnh đề b) đúng.

7. Các mệnh đề a), b) đúng.

8. C ;

9. A ;

10. B ;

11. A ;

12. C ;

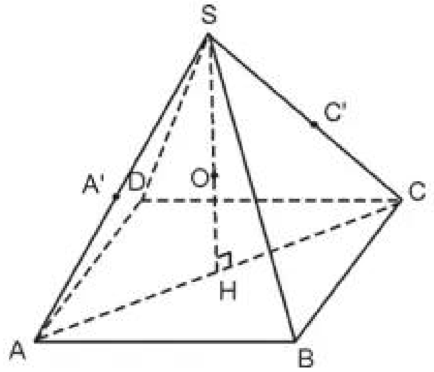
13. D ;

14. A ;

15. B.

Một số đề tự luận

Đề 1.



Hình 77

Câu 1. (h. 77) a) Tam giác SAC là tam giác đều có cạnh bằng $a\sqrt{2}$ nên có đường cao

$SH = a\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Hiển nhiên SH cũng là đường cao của hình chóp. Suy ra thể tích của hình chóp là

$V = \dfrac{1}{3}a^2.\dfrac{a\sqrt{6}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

b) Gọi O là trọng tâm của tam giác đều SAC thì O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. Bán kính mặt cầu là $R = OS = \dfrac{2}{3}SH = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

c) Hai hình chóp đó đối xứng với nhau qua mặt phẳng (SBD) nên bằng nhau.

Câu 2. a) Ta có $AB = \sqrt{(1-4)^2 + (2+1)^2 + (2-2)^2} = 3\sqrt{2}$

$$BC = \sqrt{(1-1)^2 + (-1-2)^2 + (5-2)^2} = 3\sqrt{2}$$

$$CA = \sqrt{(4-1)^2 + (-1+1)^2 + (2-5)^2} = 3\sqrt{2}.$$

Suy ra $AB = BC = CA$ và do đó ABC là tam giác đều.

b) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3\,;3\,;0)$, $\overrightarrow{AC} = (-3\,;0\,;3)$.

Dễ thấy vectơ $\vec{n} = (1\,;1\,;1)$ vuông góc với vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

Bởi vậy mặt phẳng (ABC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1\,;1\,;1)$ và đi qua điểm $A(4\,;-1\,;2)$ nên có phương trình :

$$x - 4 + y + 1 + z - 2 = 0 \text{ hay : } x + y + z - 5 = 0.$$

c) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC là trọng tâm G của tam giác đó, vậy :

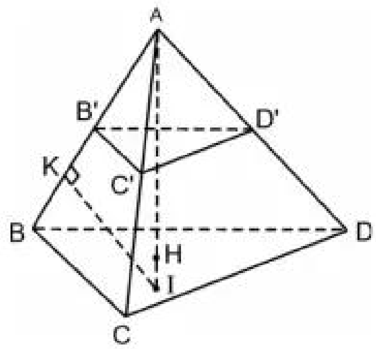
$$G = \left(\frac{4+1+1}{3}\,;\frac{-1+2-1}{3}\,;\frac{2+2+5}{3}\right) = (2\,;0\,;3).$$

Trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là đường thẳng đi qua G, có vectơ chỉ phương $\vec{n}(1;1;1)$ nên có phương trình tham số là :

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = 3 + t. \end{cases}$$

***Đề* II.**

Câu 1. (h.78) a) Gọi AH là đường cao của hình tứ diện đều $ABCD$ thì AH là trục của cả hai đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và tam giác $B'C'D'$. Bởi vậy nếu gọi I là giao điểm của đường thẳng AH và mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng BB' thì $IB = IC = ID = IB' = IC' = ID'$, hay 6 điểm B, C, D, B', C', D' nằm trên mặt cầu tâm I bán kính IB.



Hình 78

Gọi K là trung điểm BB' thì từ hai tam giác vuông đồng dạng AIK và ABH ta có :

$$\frac{IK}{BH} = \frac{AK}{AH} \Rightarrow IK = \frac{BH.AK}{AH} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}.\frac{3a}{4}}{\frac{a\sqrt{6}}{3}} = \frac{3\sqrt{2}a}{8}.$$

Vậy :

$$IB^2 = IK^2 + KB^2 = \frac{9a^2}{32} + \frac{a^2}{16} = \frac{11a^2}{32}.$$

Bán kính mặt cầu

$$R = IB = \frac{a\sqrt{11}}{4\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{22}}{8}.$$

b) Hai hình chóp $D.BCC'B'$ và $D.ABC$ có chung chiều cao, còn diện tích hình thang $BCC'B'$ bằng 3/4 diện tích tam giác ABC, bởi vậy thể tích V hình chóp $D.BCCB'$ là :

$$V = \frac{3}{4}V_{ABCD} = \frac{3}{4}.\frac{1}{3}S_{BCD}.AH = \frac{1}{4}\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{16}.$$

Câu 2. Giả sử mặt cầu S có phương trình :

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0.$$

Vì mặt cầu đi qua A. A', B, C nên toạ độ các điểm đó phải thoả mãn phương trình mặt cầu, tức là :

$$\begin{cases} 4 + 4a + d = 0 \\ 36 + 12a + d = 0 \\ 9 + 6b + d = 0 \\ 16 + 8c + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \ a = -4, b = -\frac{7}{2}\ , \ c = -\frac{7}{2}\, d = 12.$$

Vậy phương trình mặt cầu là :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 7y - 7z + 12 = 0.$$

Toạ độ các điểm B' và C' cũng thoả mãn phương trình trên nên các điểm đó cũng nằm trên mặt cầu.

b) Gọi điểm G là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ nên

$$G = \left(2\ ; \frac{4}{3}\ ; 1\right),$$

ta có $\quad \overrightarrow{AB} = (-2\ ;\ 3\ ;\ 0)$, $\overrightarrow{AC} = (-2\ ;\ 0\ ;\ 4)$.

Vì $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OG} = 0$; $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{OG} = 0$ nên $OG \perp AC, OG \perp AB$ do đó $OG \perp$ mp(ABC). Vì tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc nên nếu H là trực tâm của tam giác ABC thì $OH \perp$ mp(ABC) vậy ba điểm OHG nằm trên một đường thẳng.

Phương trình đường thẳng đó là :

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{\frac{4}{3}} = z \quad \text{hay} \quad \frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3}.$$

c) Mặt phẳng (ABC) có phương trình

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1 \quad \text{hay} \quad 3x + 2y + 2z = 6.$$

Mặt phẳng ($A'B'C'$) có phương trình

$$\frac{x}{6} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1 \quad \text{hay} \quad 2x + 3y + 3z = 12.$$

Giao tuyến Δ của hai mặt phẳng (ABC') và ($A'B'C$) gồm những điểm có toạ độ thoả mãn hệ phương trình :

$$\begin{cases} 3x + 2y + 2z = 6 \\ 2x + 3y + 3z = 12. \end{cases}$$

Cho $z = t$ thì hệ phương trình trên tương đương với

$$\begin{cases} 3x + 2y = 6 - 2t \\ 2x + 3y = 12 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{6}{5} \\ y = \dfrac{24}{5} - t \end{cases}.$$

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là

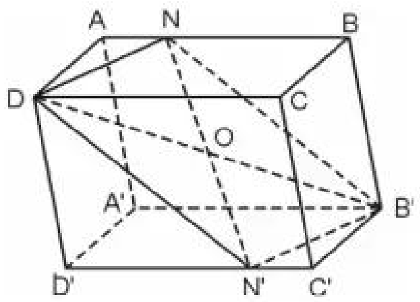
$$\begin{cases} x = -\dfrac{6}{5} \\ y = \dfrac{24}{5} - t. \\ z = t. \end{cases}$$

Đề III

Câu 1. (h. 79)

a) Gọi N' là điểm đối xứng với N qua tâm O của hình hộp. Khi đó mặt phẳng (α) cắt hình hộp theo thiết diện là hình bình hành $DNB'N'$.

b) Tâm O của hình hộp cũng là tâm hình bình hành DNB'N', bởi vậy mặt phẳng (α) chia hình hộp thành hai khối đa diện $\boldsymbol{H_1}$, $\boldsymbol{H_2}$ đối xứng với nhau qua tâm O. Bởi vậy hai khối đa diện đó bằng nhau.



Hình 79

c) Gọi V là thể tích khối hộp đã cho thì thể tích $V_{\mathbf{H}_1}$ của khối đa diện $\boldsymbol{H}_1$ là $\dfrac{V}{2}$, còn thể tích $V_{AA'BD}$ của khối tứ diện $AA'BD$ bằng $\dfrac{V}{6}$. Suy ra $V_{\mathbf{H}_1} = 3V_{AA'BD}$.

Câu 2.

a) Khoảng cách từ điểm $A(1\ ;\ -3\ ;\ 1)$ tới trục Ox là

$$d = \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{10}.$$

Khoảng cách từ điểm $B(-2\ ;\ 1\ ;\ 3)$ tới trục Ox là

$$d' = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}.$$

Vậy hai khoảng cách đó bằng nhau.

b) Vì điểm C nằm trên Oz nên $C = (0 ; 0 ; c)$ khi đó $\overrightarrow{CA} = (1 ; -3 ; -1 - c)$, $\overrightarrow{CB} = (-2 ; 1 ; 3 - c)$. Tam giác ABC vuông tại C khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CA} = 0 \quad \text{hay} \quad -2 - 3 + (1 - c)(3 - c) = 0.$$

Vậy $c^2 - 2c - 8 = 0$, do đó $c = 4$ hoặc $c = -2$.

Ta có hai điểm thoả mãn yêu cầu

$$C_1 = (0 ; 0 ; 4) \text{ và } C_2 = (0 ; 0 ; -2).$$

c) $\overrightarrow{AB} = (-3 ; 4 ; 4)$, đường thẳng đi qua AB có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -3 + 4t. \\ z - 1 + 4t. \end{cases}$$

d) Mặt cầu cần tìm có tâm I nằm trên mặt phẳng (Oxy) nên

$$I = (a ; b ; 0).$$

Mặt cầu đi qua O, A, B nên

$$OI = AI = BI.$$

Như vậy :

$$\begin{cases} OI^2 = AI^2 \\ OI^2 = BI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = (1 - a)^2 + (-3 - b)^2 + 1 \\ a^2 + b^2 = (-2 - a)^2 + (1 - b)^2 + 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a + 6b + 11 = 0 \\ 4a - 2b + 14 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{53}{10} \\ b = -\dfrac{18}{5} \end{cases}$$

Suy ra tâm I của mặt cầu có toạ độ là

$$I\left(-\frac{53}{10} ; -\frac{18}{5}; 0\right).$$

Bán kính r của mặt cầu là

$$r = OI = \sqrt{\left(\frac{-53}{10}\right)^2 + \left(-\frac{18}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{4105}{10}}.$$

Vậy mặt cầu có phương trình

$$\left(x + \frac{53}{10}\right)^2 + \left(y + \frac{18}{5}\right)^2 + z^2 = \frac{4105}{100}.$$