Ôn tập chương II

I. NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý

1. Để chuẩn bị tốt cho tiết ôn tập, yêu cầu học sinh ở nhà ôn lại những kiến thức cần nhớ trong chương, tự mình trả lời các câu hỏi tự kiểm tra, và làm các bài tập ôn trong SGK.

2. Trong tiết ôn tập, giáo viên chữa một số trong các bài tập của phần ôn tập, để qua đó củng cố kiến thức và rèn kĩ năng giải toán cho học sinh. Không cần phải chữa hết bài tập.

3. Cho học sinh làm bài kiểm tra 45 phút.

II. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP

1. Mặt phẳng $(CB'D')$ chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối chóp :

$C.AB'D'$ và $C.BDD'B'$ (h. 31).

Hai khối chóp $C.AB'D'$ và $C.ABD$ có chiều cao bằng nhau, ngoài ra dễ thấy rằng

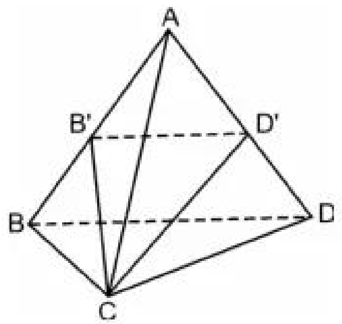
$$S_{AB'D'} = \frac{1}{4}S_{ABD}.$$

Suy ra

$$V_{C.AB'D'} = \frac{1}{4}V.$$

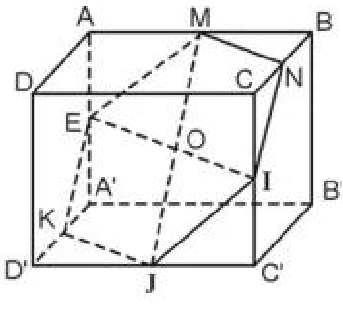
Do đó

$$V_{C.BDD'B'} = \frac{3}{4}V.$$



Hình 31

2. Gọi M, N, I, J, K, E lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CC', $C'D'$, $D'A'$, $A'A$ của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$, còn O là giao điểm các đường chéo của khối hộp (h. 32).



Hình 32

Dễ thấy rằng ba đường thẳng MN, EI và KJ đôi một song song và chúng lần lượt đi qua ba điểm thẳng hàng M, O, J nên ba đường thẳng đó đồng phẳng.

Vậy 6 điểm M, N, I, J, K, E cùng nằm trên một mặt phẳng mà ta kí hiệu là (α).

Điểm O là tâm đối xứng của khối hộp, đồng thời mặt phẳng (α) đi qua O.

Từ đó suy ra mặt phẳng (α) phân chia khối hộp thành hai khối đa diện nằm về hai phía đối với mặt phẳng (α) đối xứng với nhau qua tâm O.

Do đó phép đối xứng tâm O biến khối đa diện này thành khối đa diện kia.

Vậy hai khối đa diện đó bằng nhau và do đó có thể tích bằng nhau.

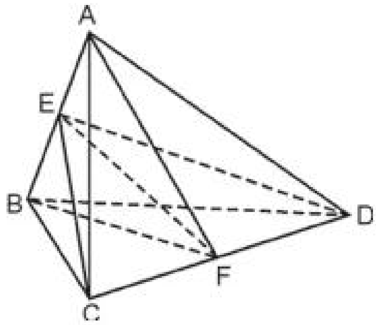
Chú ý : Cũng lập luận tương tự như trên ta có thể chứng minh rằng :

Nếu một khối đa diện có tâm đối xứng thì mọi mặt phẳng đi qua tâm đối xứng đều chia khối đa diện đó thành hai khối đa diện bằng nhau và do đó có thể tích bằng nhau.

3. a) Hai mặt phẳng (ABF) và (CDE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành bốn khối tứ diện :

$ADEF$, $ACEF$, $BDEF$ và $BCEF$ (h. 33).

b) Mặt phẳng (ABF) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối tứ diện $ABCF$ và $ABDF$ có thể tích bằng nhau (vì F là trung điểm CD). Mặt phẳng (CDE) lại chia mỗi khối tứ diện $ABCF$ và $ABDF$ thành hai khối tứ diện có thể tích bằng nhau (vì E là trung điểm AB).



Hình 33

Tóm lại bốn khối tứ diện trong câu a) có thể tích bằng nhau.

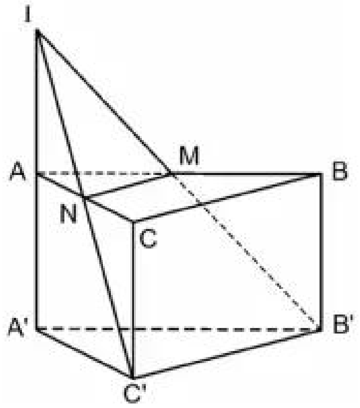
c) Nếu $ABCD$ là tứ diện đều thì nó nhận mặt phẳng (ABF) và mặt phẳng (CDE) làm các mặt phẳng đối xứng và nhận đường thẳng EF làm trục đối xứng. Từ đó suy ra :

Khối tứ diện $ADEF$ bằng khối tứ diện $ACEF$ (vì chúng đối xứng với nhau qua mặt phẳng (ABF)).

Khối tứ diện $ADEF$ bằng khối tứ diện $BDEF$ (vì chúng đối xứng với nhau qua mặt phẳng (CDE)).

Khối tứ diện $ADEF$ bằng khối tứ diện $BCEF$ (vì chúng đối xứng với nhau qua trục EF).

4. (h. 34) Gọi I là giao điểm của đường thẳng MB' và đường thẳng AA', N là giao điểm của IC' và AC. Thiết diện của khối lăng trụ khi cắt bởi mặt phẳng $(B'C'M)$ là hình thang cân $B'C'NM$.



Hình 34

Mặt phẳng $(B'C'M)$ chia khối lăng trụ thành hai phần, gọi V_1 là thể tích của phần chứa cạnh AA' và V_2 là thể tích phần còn lại.

Giả sử khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy là S và chiều cao $AA' = h$.

Khi đó ta có

$$V_1 = V_{AMNA'B'C'} = V_{I.A'B'C'} - V_{I.AMN} = \frac{1}{3}S_{A'B'C'}.IA' - \frac{1}{3}S_{AMN}.IA$$

$$= \frac{1}{3}S.2h - \frac{1}{3}\frac{S}{4}.h = \frac{7}{12}Sh = \frac{7}{12}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{7}{12}(V_1 + V_2).$$

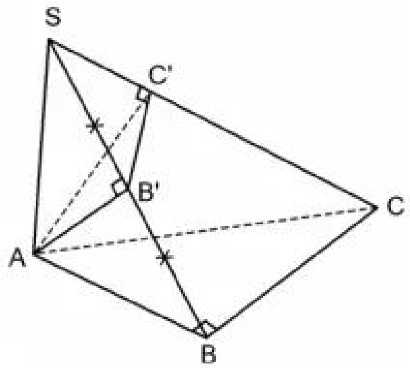
Từ đó suy ra :

$$12V_1 = 7(V_1 + V_2)$$

hay

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}.$$

5. (h. 35)



Hình 35

a) $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.SA$

$$= \frac{1}{3}.\frac{1}{2}AB.BC.AA' = \frac{a^3}{6}.$$

b) Ta có $BC \perp AB$ và $BC \perp SA$

nên $BC \perp \text{mp}(SAB)$,

do đó $\quad AB' \perp BC$.

Ngoài ra $AB' \perp SB$ nên $AB' \perp SC$.

Nhưng theo giả thiết $AC' \perp SC$, vậy $SC \perp$ mp($AB'C'$).

c) *Cách 1.*

Khối chóp $S.AB'C'$ có đường cao SC' và có đáy

là tam giác $AB'C'$ vuông tại B'. Ta có :

$$SC^2 = SA^2 + AB^2 + BC^2 = 3a^2 \Rightarrow SC = a\sqrt{3}.$$

$$AB' = SB' = \frac{SB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2};\ SC' = \frac{SA^2}{SC} = \frac{a^2}{a\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}};$$

$$B'C'^2 = SB'^2 - SC'^2 = \frac{a^2}{2} - \frac{a^2}{3} = \frac{a^2}{6} \Rightarrow B'C' = \frac{a}{\sqrt{6}}.$$

Vậy : $V_{S.AB'C'} = \frac{1}{6}AB'.B'C'.SC' = \frac{1}{6}\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a}{\sqrt{6}}.\frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a^3}{36}$

Cách 2.

Ta có : $\quad \frac{SB'}{SB} = \frac{1}{2};$

$$\frac{SC'}{SC} = \frac{SC'.SC}{SC^2} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{1}{3}.$$

Từ đó suy ra

$$\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2}.\frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

Vì $\quad V_{S.ABC} = \frac{a^3}{6}$

nên $\quad V_{S.AB'C'} = \frac{a^3}{36}$.