# §2. HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU VÀ HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

## A. MỤC ĐÍCH

**1.** Nắm được khái niệm hai đường thẳng song song với nhau và hai đường thẳng chéo nhau trong không gian.

**2.** Biết sử dụng các định lí sau đây :

– Qua một điểm không thuộc một đường thẳng cho trước có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

– Định lí về giao tuyến của ba mặt phẳng và hệ quả của định lí đó.

– Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

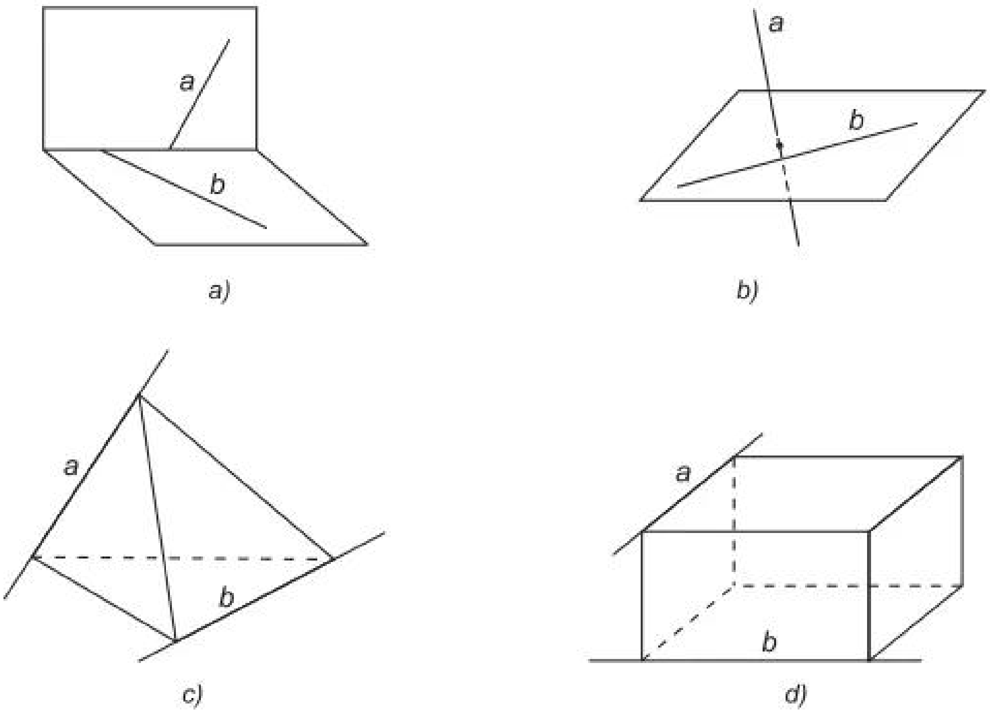
## B. NỘI DUNG

**1.** Trước khi xét vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian, cần giới thiệu cho học sinh quan sát hình ở đầu §2 SGK và tham gia *Hoạt động 1* nhằm tìm hiểu về hình ảnh của đường thẳng và vị trí tương đối của chúng trong thực tế, tìm được hình ảnh cụ thể của hai đường thẳng song song và chéo nhau trong không gian.

**2.** Sau đó tập cho học sinh suy luận về vị trí tương đối của hai đường thẳng $a$, $b$ trong không gian :

– Trường hợp hai đường thẳng $a$, $b$ cùng nằm trong một mặt phẳng, ta có các trường hợp : $a$ và $b$ cắt nhau, $a$ và $b$ song song với nhau, $a$ và $b$ trùng nhau.

– Trường hợp không có mặt phẳng nào chứa cả $a$ và $b$, tất nhiên $a$ và $b$ không có điểm chung và ta nói hai đường thẳng $a$ và $b$ *chéo nhau*. Khái niệm hai đường thẳng chéo nhau là một khái niệm mới và khó đối với học sinh. Trước hết cần giới thiệu lại những hình ảnh cụ thể của hai đường thẳng chéo nhau có xung quanh chúng ta, hoặc bằng giáo cụ trực quan để minh hoạ cho khái niệm này. Sau đó giáo viên giới thiệu một vài hình biểu diễn của hai đường thẳng chéo nhau $a$ và $b$ để cho học sinh bắt chước vẽ theo, chẳng hạn như :




*Hình 2.11*

Cuối cùng có thể cho học sinh phân biệt hai đường thẳng song song với nhau và hai đường thẳng chéo nhau để khắc sâu thêm những khái niệm vừa mới học.

*Hoạt động 2* nhằm tập cho học sinh biết vận dụng phương pháp phản chứng để chứng minh một bài toán hình học không gian.

**3.** Cần chú ý rằng tiên đề Ơ-clít về đường thẳng song song vẫn có giá trị khi xét trong từng mặt phẳng của không gian (theo tính chất thừa nhận 6). Tuy nhiên mệnh đề "Trong không gian qua một điểm không thuộc một đường thẳng cho trước có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho" lại trở thành một định lí chứ không phải là một tiên đề nữa. Vì vậy nên trong SGK đã trình bày cách chứng minh định lí này. Cần lưu ý rằng tiên đề Ơ-clít trong mặt phẳng thừa nhận "chỉ có một" còn "có một" là điều chứng minh được.

Trước đây ta đã trình bày ba cách xác định mặt phẳng, sau khi trình bày cách chứng minh định lí 1, ta giới thiệu thêm một cách xác định mặt phẳng nữa, đó là cách xác định mặt phẳng bằng hai đường thẳng song song $a$ và $b$ nào đó, được kí hiệu là mặt phẳng $(a, b)$. Từ nay việc sử dụng bốn cách xác định mặt phẳng được thường xuyên áp dụng trong lập luận chứng minh hoặc để giải toán.

*Hoạt động 3* giúp học sinh chuẩn bị lí luận để chứng minh định lí 2.

**4.** Định lí 2 nói về giao tuyến của ba mặt phẳng : "Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến đó hoặc đồng quy hoặc đôi một song song". Từ định lí trên ta có ngay hệ quả : "Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó". Định lí 2 này còn được áp dụng để giải nhiều bài tập. Từ mối quan hệ song song của hai đường thẳng ta dễ dàng suy ra định lí 3 : "Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau". Các ví dụ 1, 2, 3 nêu trong §2 này nhằm củng cố các định lí vừa học đồng thời bước đầu tập cho học sinh làm quen với các bài toán của hình học không gian trong đó có sử dụng các kết quả đã biết trong hình học phẳng.

## C. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP

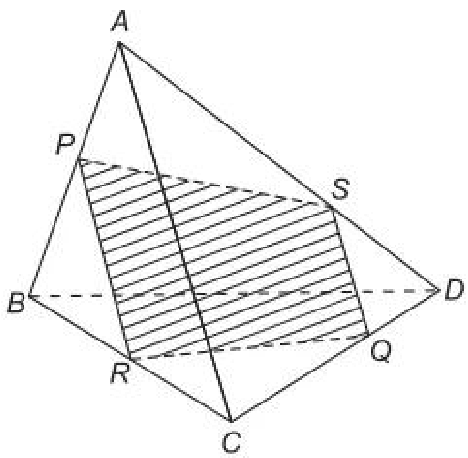
**1.** a) Gọi $(\alpha)$ là mặt phẳng chứa $P$, $Q$, $R$ và $S$. Ba mặt phẳng $(\alpha)$, $(DAC)$, $(BAC)$ đôi một cắt nhau theo các giao tuyến là $SR$, $PQ$ và $AC$. Như vậy $SR$, $QP$ và $AC$ hoặc đôi một song song hoặc đồng quy.

b) Lí luận tương tự câu *a*, ta có $PS$, $RQ$, và $BD$ đôi một song song hoặc đồng quy.

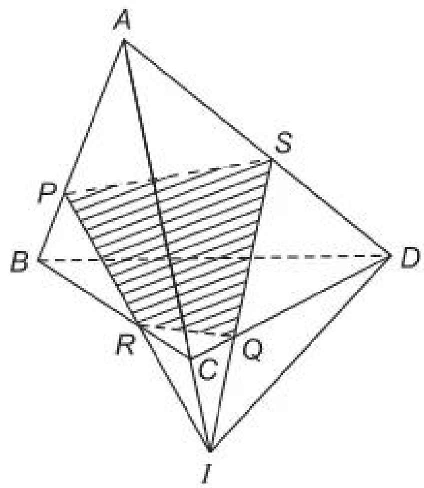
**2.** a) Nếu $PR \parallel AC$ thì $(PQR) \cap AD = S$ với $QS \parallel PR \parallel AC$. (h.2.12)

b) Gọi $I = PR \cap AC$. Ta có $(PQR) \cap (ACD) = IQ$. (h.2.13)

Gọi $S = IQ \cap AD$, ta có $S = AD \cap (PQR)$.




*Hình 2.12*



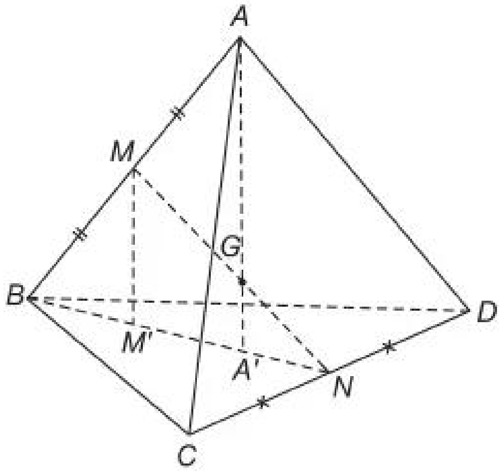

*Hình 2.13*

**3.** a) Gọi $A' = BN \cap AG$ (h.2.14).

Ta có $A' = AG \cap (BCD)$

b) $\begin{cases} AA' \subset (ABN) \\ MM' \,//\, AA' \end{cases} \Rightarrow MM' \subset (ABN)$.

Ta có $B$, $M'$, $A'$ là điểm chung của hai mặt phẳng $(ABN)$ và $(BCD)$ nên $B$, $M'$, $A'$ thẳng hàng.



*Hình 2.14*

Trong tam giác $NMM'$, ta có :

$\begin{cases} G \text{ là trung điểm } NM \\ GA' \,//\, MM' \end{cases} \Rightarrow A'$ là trung điểm $NM'$.

Tương tự trong tam giác $BAA'$, ta có :

$\begin{cases} M \text{ là trung điểm } BA \\ MM' \,//\, AA' \end{cases} \Rightarrow M'$ là trung điểm $BA'$.

Vậy $BM' = M'A' = A'N$.

c) $\begin{cases} GA' = \dfrac{1}{2} MM' \\ MM' = \dfrac{1}{2} AA' \end{cases} \Rightarrow GA' = \dfrac{1}{4} AA' \Rightarrow GA = 3GA'$.