

## **§3. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG SONG SONG**

### **A. MỤC ĐÍCH**

- 1.** Nắm vững các định nghĩa và các dấu hiệu để nhận biết vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng :
  - Đường thẳng song song với mặt phẳng.
  - Đường thẳng cắt mặt phẳng.
  - Đường thẳng nằm trong mặt phẳng hay mặt phẳng chứa đường thẳng.

2. Biết cách sử dụng các định lí về quan hệ song song để :
  - Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng bằng định lí : “Nếu đường thẳng  $a$  song song với một đường thẳng  $b$  nào đó nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  không chứa  $a$  thì  $a$  song song với  $(\alpha)$ ”.
  - Chứng minh hai đường thẳng song song với nhau bằng định lí : “Nếu đường thẳng  $a$  song song với mặt phẳng  $(\alpha)$  thì mọi mặt phẳng  $(\beta)$  chứa  $a$  mà cắt  $(\alpha)$  theo giao tuyến  $b$  thì  $a$  và  $b$  song song với nhau”.
  - Chứng minh hai đường thẳng song song với nhau bằng hệ quả : “Nếu hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  cắt nhau và cùng song song với đường thẳng  $d$  thì giao tuyến  $d'$  của  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  cũng song song với  $d$ ”.
3. Cần quan tâm tới định lí 3 nói về hai đường thẳng chéo nhau với việc xác định một mặt phẳng duy nhất chứa đường này và song song với đường kia. Định lí này có liên quan mật thiết đến việc tìm khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau ở Chương III.

## B. NỘI DUNG

1. Dựa vào *Hoạt động 1* giáo viên có thể hình thành khái niệm đường thẳng song song với mặt phẳng. Giáo viên có thể lấy hình ảnh khác, chẳng hạn dây điện mắc song song với bề mặt của bức tường, hoặc hình ảnh của mép bảng nằm ngang song song với nền lớp học, hoặc hình ảnh của chiếc bút chì song song với bìa sách.
2. Để nhận biết một đường thẳng song song với một mặt phẳng theo định nghĩa ta phải dựa vào số giao điểm của chúng. Điều này khi ta nhìn trên hình biểu diễn sẽ gặp khó khăn vì điều đó không dễ thực hiện. Do đó ta phải dựa vào các định lí mà suy luận, chứng minh và cần tập cho học sinh làm quen với vấn đề này trong học tập.

Định lí 1 dùng để chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng.

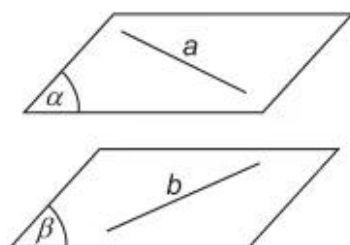
*Hoạt động 2* là một ví dụ minh họa để củng cố định lí 1.

Định lí 2 dùng để chứng minh hai đường thẳng song song với nhau.

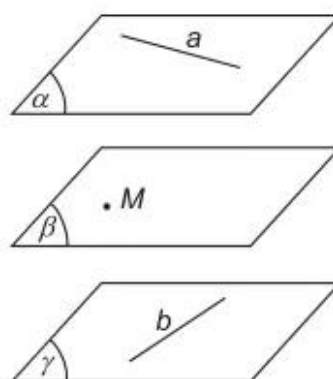
Ví dụ sau định lí 2 là ứng dụng định lí 2 để tìm giao tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$  song song với một cạnh  $d$  nào đó của hình chóp. Khi đó mặt phẳng  $(\alpha)$  sẽ cắt các mặt phẳng chứa  $d$  theo các giao tuyến song song với  $d$ .

Hệ quả của định lí 2 dùng để chứng minh giao tuyến của hai mặt phẳng song song với một đường thẳng nếu mỗi mặt phẳng đều song song với đường thẳng cho trước.

3. Ta biết rằng nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  song song với nhau và cắt nhau theo giao tuyến  $d$  thì  $d$  sẽ song song với  $a$  và  $b$ . Khi đó giáo viên có thể đặt vấn đề thay giả thiết "chứa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  song song với nhau" bằng giả thiết "cùng song song với một đường thẳng" và cho học sinh tự tìm kết luận nêu trong hệ quả để tập suy luận về quan hệ song song giữa giao tuyến và đường thẳng cho trước. Ngoài ra học sinh cần nắm vững các định lí về sự tồn tại và tính duy nhất của các đường thẳng và mặt phẳng có quan hệ song song. Cụ thể ta có định lí 3 và các ứng dụng sau đây :



Hình 2.15



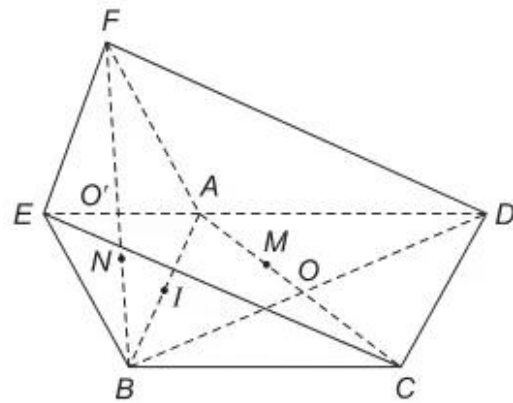
Hình 2.16

- a) Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  chéo nhau. Qua  $a$  có một và chỉ một mặt phẳng ( $\alpha$ ) song song với  $b$ . Tương tự như vậy qua  $b$  có một và chỉ một mặt phẳng ( $\beta$ ) song song với  $a$ . (h.2.15)
- b) Cho  $a$  và  $b$  là hai đường thẳng chéo nhau. Qua một điểm  $M$  bất kì không nằm trên  $a$  và  $b$  có một và chỉ một mặt phẳng song song với  $a$  và  $b$ . (h.2.16)
- c) Nếu đường thẳng  $a$  song song với mặt phẳng ( $\alpha$ ) thì qua  $a$  có một và chỉ một mặt phẳng song song với ( $\alpha$ ).

### C. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP

1. a) 
$$\begin{cases} OO' \parallel DF \\ DF \subset (ADF) \end{cases} \Rightarrow OO' \parallel (ADF).$$
- $$\begin{cases} OO' \parallel CE \\ CE \subset (BCE) \end{cases} \Rightarrow OO' \parallel (BCE).$$

b) Tứ giác  $EFDC$  là hình bình hành, suy ra  $ED \subset (CEF)$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB$  ta có  $\frac{IM}{ID} = \frac{IN}{IE} = \frac{1}{3}$  suy ra  $MN \parallel ED$ . Ta lại có  $ED \subset (CEF) \Rightarrow MN \parallel (CEF)$ .

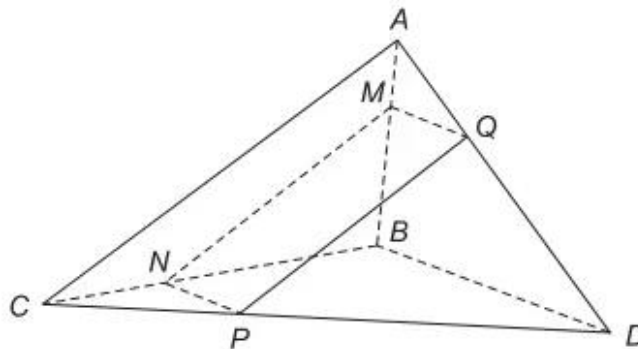


Hình 2.17

2. a) Giao tuyến của  $(\alpha)$  với các mặt của tứ diện là các cạnh của tứ giác  $MNPQ$  có :

$MN \parallel PQ \parallel AC$  và  $MQ \parallel NP \parallel BD$ .

- b) Thiết diện tạo bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  với tứ diện là hình bình hành (h.2.18).



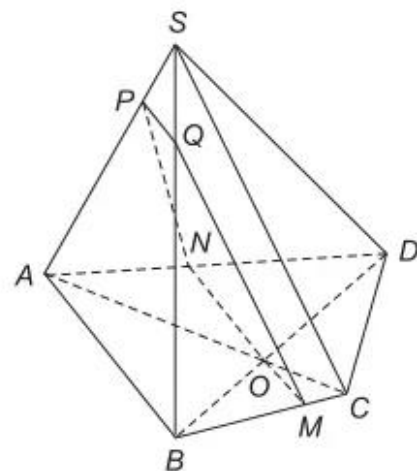
Hình 2.18

3. 
$$\begin{cases} (\alpha) \parallel AB \\ AB \subset (ABCD) \\ MN = (\alpha) \cap (ABCD) \end{cases} \Rightarrow AB \parallel MN \text{ (h.2.19).}$$

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel SC \\ SC \subset (SBC) \\ MQ = (\alpha) \cap (SBC) \end{cases} \Rightarrow SC \parallel MQ.$$

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel AB \\ AB \subset (SAB) \\ PQ = (\alpha) \cap (SAB) \end{cases} \Rightarrow AB \parallel PQ$$

Do đó  $MN \parallel PQ \Rightarrow$  tứ giác  $MNPQ$  là hình thang.



Hình 2.19