

§3. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẪNG

A. MỤC ĐÍCH

1. Làm cho học sinh nắm được định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, biết cách áp dụng điều kiện để chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.
2. Biết cách xác định :
 - Mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước (kể cả mặt phẳng trung trực của một đoạn thẳng cho trước).
 - Đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
3. Biết sử dụng định lí ba đường vuông góc và biết xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.
4. Nắm được mối liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng để lập luận khi làm toán về hình học không gian.

B. NỘI DUNG

1. Cần giúp học sinh nắm được định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng và phân biệt với điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, từ đó giúp cho học sinh biết cách chứng minh một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng và thông qua đó để chứng minh đường thẳng vuông góc với đường thẳng.

Riêng phần nội dung nói về vectơ pháp tuyến của mặt phẳng sẽ được trình bày trong nội dung chương trình lớp 12 và do đó trong SGK Hình học 11 không đề cập tới vấn đề này.

2. Cần làm cho học sinh biết xác định qua một điểm cho trước :
 - Có một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước
 - Có một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
3. Cần làm cho học sinh hiểu được định nghĩa phép chiếu vuông góc, biết sử dụng định lí ba đường vuông góc và biết xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

Hoạt động 1. Muốn chứng minh đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) ta cần chứng minh d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng thuộc (α) hoặc chứng minh $d \parallel d'$ mà $d' \perp (\alpha)$.

Hoạt động 2. Đường thẳng d nói chung không vuông góc với mặt phẳng (α) xác định bởi hai đường thẳng a và b song song.

Chú ý. Vấn đề chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng có liên quan mật thiết với vấn đề đường thẳng vuông góc với đường thẳng. Ví dụ muốn chứng minh đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a và b ta tìm cách chứng minh $d \perp a$ và $d \perp b$. Tiếp đó muốn chứng minh d vuông góc với đường thẳng a chẳng hạn, ta lại tìm cách chứng minh d vuông góc với mặt phẳng (β) nào đó chứa a hoặc xét góc giữa hai đường thẳng d và a rồi chứng minh góc đó bằng 90° v.v...

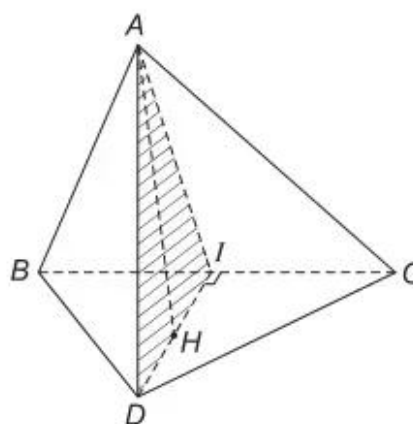
C. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP

1. a) Đúng ; b) Sai ;
c) Sai ; d) Sai.

2. a) $\left. \begin{array}{l} BC \perp AI \\ BC \perp DI \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (ADI) \text{ (h.3.13)}$

b) $\left. \begin{array}{l} BC \perp (ADI) \\ AH \subset (ADI) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp AH.$

Mà $DI \perp AH$ nên $AH \perp (BCD)$.

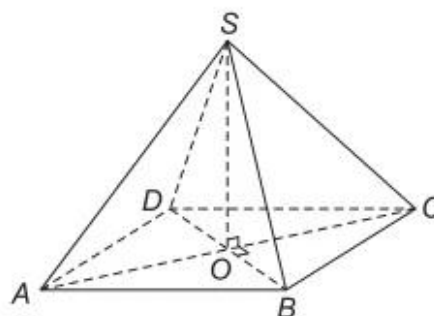


Hình 3.13

3. a) $\left. \begin{array}{l} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{array} \right\} \Rightarrow SO \perp (ABCD) \text{ (h.3.14)}$

b) $\left. \begin{array}{l} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{array} \right\} \Rightarrow AC \perp (SBD)$

$\left. \begin{array}{l} BD \perp SO \\ BD \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (SAC).$



Hình 3.14

$$4. \quad a) \quad \left. \begin{array}{l} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{array} \right\} \Rightarrow OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp BC.$$

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp OH \\ BC \perp OA \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (AOH)$$

$$\Rightarrow BC \perp AH. \text{ (h.3.15)}$$

Tương tự ta chứng minh được $CA \perp BH$ và $AB \perp CH$ nên H là trực tâm của tam giác ABC .

b) Gọi K là giao điểm của AH và BC .

Vậy OH là đường cao của tam giác vuông AOK nên ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OK^2} \quad (1)$$

Trong tam giác vuông OBC với đường cao OK ta có :

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta suy ra : } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}.$$

$$5. \quad a) \quad \left. \begin{array}{l} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{array} \right\} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

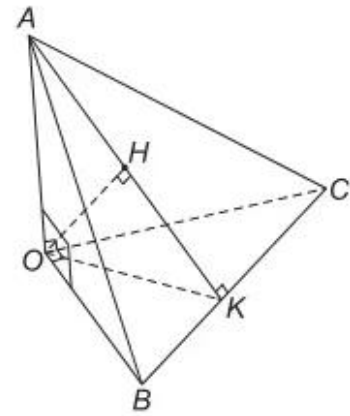
$$b) \quad \left. \begin{array}{l} AB \perp SH \\ AB \perp SO \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (SOH).$$

$$6. \quad a) \quad \left. \begin{array}{l} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$$

$$b) \quad BD \perp (SAC) \text{ mà } IK \parallel BD \Rightarrow IK \perp (SAC).$$

$$7. \quad a) \quad \left. \begin{array}{l} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB)$$

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp AM \\ AM \perp SB \end{array} \right\} \Rightarrow AM \perp (SBC)$$



Hình 3.15

$$b) \quad BC \perp SB \text{ mà } MN \parallel BC \Rightarrow \left. \begin{array}{l} MN \perp SB \\ AM \perp SB \end{array} \right\} \Rightarrow SB \perp (AMN) \Rightarrow SB \perp AN.$$

8. a) Giả sử có hai đường xiên SM và SN bằng nhau. Khi đó ta có hai tam giác vuông SHM và SHN bằng nhau.

$$\text{Do đó } SM = SN \Leftrightarrow HM = HN.$$

- b) Giả sử có hai đường xiên $SA > SB$. Trên tia HA ta lấy điểm B' sao cho $HB' = HB$, khi đó $SB' = SB$ và $SA > SB'$.

Dùng định lí Py-ta-go xét hai tam giác vuông SHA và SHB' ta suy ra điều cần chứng minh.