

§5. PHÉP CHIẾU SONG SONG. HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH KHÔNG GIAN

A. MỤC ĐÍCH

1. Nắm được định nghĩa phép chiếu song song. Biết tìm hình chiếu của điểm M trong không gian trên mặt phẳng chiếu (α) theo phương của một đường thẳng Δ cho trước (đường thẳng Δ này cắt (α)). Ta chỉ xét hình chiếu của những đoạn thẳng hay đường thẳng không song song hoặc không trùng với Δ .
2. Nắm được các tính chất của phép chiếu song song :
 - a) Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.
 - b) Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
 - c) Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.
 - d) Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.
3. Biết biểu diễn các hình đơn giản.
 - a) Biết biểu diễn đường thẳng, mặt phẳng và vị trí tương đối của điểm, đường thẳng, mặt phẳng trong không gian.

b) Biết biểu diễn các hình phẳng đơn giản như tam giác, hình bình hành, hình tròn và một số yếu tố có liên quan như đường trung tuyến của tam giác, đường cao của tam giác cân xuất phát từ đỉnh, hai đường kính vuông góc với nhau trong đường tròn, hình tam giác đều nội tiếp đường tròn.

c) Biết biểu diễn đúng và tốt các hình không gian đơn giản : hình lập phương, hình tứ diện, hình chóp, hình lăng trụ, hình hộp.

B. NỘI DUNG

1. Định nghĩa phép chiếu song song và các tính chất của phép chiếu song song là cơ sở làm căn cứ để xây dựng hình biểu diễn. Vì vậy việc đầu tiên là cần làm cho học sinh biết và nắm vững các tính chất không thay đổi của hình qua phép chiếu song song. Bên cạnh việc nhấn mạnh những tính chất không thay đổi của hình qua phép chiếu song song chúng ta có thể nêu lên những tính chất thay đổi để minh họa thêm. Ví dụ ta có thể đưa ra hình biểu diễn của một hình vuông $ABCD$ là một hình bình hành $A'B'C'D'$ để phân tích như sau :

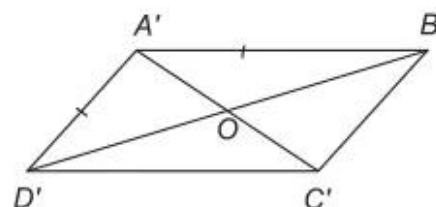
a) Những tính chất không thay đổi :

- $\frac{A'B'}{D'C'} = 1, \frac{A'D'}{B'C'} = 1.$

- $A'B' \parallel D'C', A'D' \parallel B'C'.$

- Các đường chéo $A'C'$ và $B'D'$ cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

- Các đường thẳng đi qua tâm O của hình vuông và song song với các cạnh của hình vuông luôn luôn đi qua trung điểm của hai cạnh đối diện của hình vuông.



Hình 2.26

b) Những tính chất thay đổi :

- Độ dài của hai cạnh $A'B'$ và $B'C'$ có thể không bằng nhau.

- Độ lớn của các góc thay đổi : ví dụ $\widehat{B'A'D'}$ là góc tù (h.2.26) biểu diễn cho góc vuông trong hình thực, còn $\widehat{A'B'C'}$ là góc nhọn lại cũng biểu diễn cho một góc vuông trong hình thực.

- Hai đường chéo $A'C'$ và $B'D'$ biểu diễn cho hai đoạn thẳng bằng nhau và vuông góc với nhau lại là hai đoạn thẳng không bằng nhau và không vuông góc với nhau.

Hoạt động 1. Hình chiếu song song của một hình vuông là một hình bình hành.

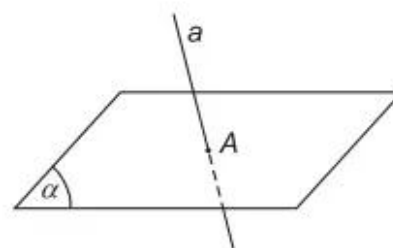
Hoạt động 2. Hình 2.67 SGK không là hình biểu diễn của lục giác đều vì AD không song song với BC .

Hoạt động 3 nhằm giới thiệu một số hình biểu diễn của hình lập phương, qua đó nhấn mạnh yêu cầu của hình biểu diễn là phải trực quan, dễ tưởng tượng ra hình thực.

2. Có nhiều phương pháp biểu diễn hình không gian lên mặt phẳng mà thực chất của các phương pháp đó là tìm cách thể hiện các yếu tố điểm, đường thẳng, mặt phẳng của không gian ba chiều và các mối quan hệ của chúng trên một mặt phẳng là không gian hai chiều sao cho từ hình biểu diễn người ta có thể hình dung được một số tính chất của hình thực. Thông thường muốn biểu diễn một hình nào đó người ta chiếu hình đó lên một mặt phẳng chiếu bằng phép chiếu xuyên tâm hay phép chiếu song song. Đặc biệt cũng có khi người ta dùng phép chiếu vuông góc (là phép chiếu song song đặc biệt) và cùng một lúc chiếu vật thể đó lên nhiều mặt phẳng chiếu để thành lập các bản vẽ cơ khí trong vẽ kỹ thuật. Các hình ảnh chụp được bằng máy ảnh hoặc các bản vẽ phối cảnh trong các công trình xây dựng được hình thành trên lý thuyết của phép chiếu xuyên tâm. Ở trường THPT chương trình chỉ hạn chế dùng loại hình biểu diễn qua phép chiếu song song. Hơn nữa với thời gian 3 tiết chúng ta chỉ có thể dạy những vấn đề cơ bản và đơn giản nhất. Cần phải quan niệm rằng không phải đến phần này chúng ta mới dạy cho học sinh biết cách biểu diễn hình không gian lên mặt phẳng mà chúng ta phải bắt đầu cho học sinh tập biểu diễn, tập vẽ theo những hình vẽ mà thầy cô dạy ở trên lớp. Trong quá trình dạy hình học không gian, việc biểu diễn hình này cần được củng cố thường xuyên thông qua việc dạy định lý, chữa bài tập. Cần phân tích để học sinh hiểu được thế nào là một hình vẽ đúng và tốt để thể hiện được hình thực một cách chính xác và đúng đắn. Đồng thời chúng ta cũng cần phân tích để học sinh thấy được và nhận thức được những lỗi vẽ sai cần phải tránh.

Mặt khác chúng ta cũng cần phân biệt các bài toán trên hình biểu diễn và các bài toán dựng hình (hay xác định giao điểm, xác định giao tuyến, xác định thiết diện, v.v...). Ví dụ cho một đường thẳng a và một mặt phẳng (α) cắt nhau. Dựng về phương diện dựng hình, thì giao điểm A của đường thẳng a và mặt phẳng (α) là hoàn toàn được xác định vì a và (α) đã được xác định. Nhưng về phương diện biểu diễn hình thì giao điểm A có thể lấy tùy ý trên đường thẳng a . Vì vậy trong khi biểu diễn hình người ta có thể lựa chọn biểu diễn điểm A như thế nào cho thuận tiện nhất, đạt được yêu cầu tốt của một hình biểu diễn.

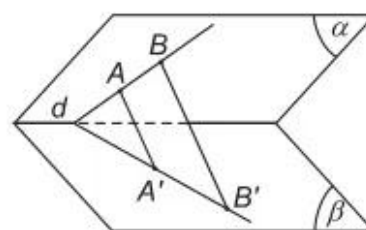
Trong một số hình biểu diễn, tùy theo mục đích yêu cầu cụ thể của bài toán ta có thể vẽ nét đứt để biểu diễn cho đường bị che khuất, nhưng có lúc không cần phải vẽ nếu thiếu hình vẽ đó không làm ảnh hưởng đến tính chất trực quan của hình biểu diễn.



Hình 2.27

3. Có thể thông qua việc vẽ hình biểu diễn mà củng cố các kiến thức cơ bản đã học.

Ví dụ. Cho học sinh nhận xét về hình biểu diễn có nội dung chẳng hạn như: "Cho hai mặt phẳng (α) và (β) cắt nhau theo giao tuyến d . Gọi A, B là hai điểm thuộc mặt phẳng (α) và A', B' lần lượt là hình chiếu song song của A, B lên mặt phẳng (β) , theo một phương l cho trước".



Hình 2.28

Có thể đưa ra những câu hỏi sau đây :

- Xác định giao tuyến của mặt $(ABB'A')$ với các mặt phẳng (α) và (β) .
- Nếu ba mặt phẳng (α) , (β) , $(ABB'A')$ đôi một cắt nhau thì ba giao tuyến đó có đặc điểm gì ?
- Nếu đường thẳng $AB \parallel d$ thì $A'B'$ sẽ như thế nào ?

Cần phải làm cho học sinh biết dùng lí luận để tập vẽ hình biểu diễn cho đúng và cần xem nó đã thực sự phản ánh mọi quan hệ mà hình thật vốn có hay chưa.

- Các hoạt động 4, 5, 6 nhằm củng cố và nói về yêu cầu đúng và tốt của một hình biểu diễn.