# §7. PHÉP VỊ TỰ

## A. MỤC ĐÍCH

1. Nắm vững định nghĩa phép vị tự : phép vị tự xác định khi biết được tâm và tỉ số vị tự.
2. Biết xác định ảnh của một hình đơn giản qua phép vị tự.
3. Biết cách tính biểu thức toạ độ của ảnh của một điểm và phương trình đường thẳng là ảnh của một đường thẳng cho trước qua phép vị tự.
4. Biết cách tìm tâm vị tự của hai đường tròn.

## B. NỘI DUNG

1. Trước khi đưa ra định nghĩa tổng quát về phép đồng dạng chúng ta nghiên cứu một trường hợp đặc biệt của nó đó là phép vị tự.

   *Hoạt động 1* nhằm củng cố định nghĩa phép vị tự. Giúp học sinh biết cách xác định phép vị tự. Vì các đường thẳng nối các điểm tương ứng là $BE$ và $FC$ cắt nhau ở $A$ nên tâm của phép vị tự cần tìm phải là $A$. So sánh $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AE}$ ta thấy $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Tương tự ta có $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. Từ đó suy ra phép vị tự cần tìm là phép vị tự tâm $A$ tỉ số $\frac{1}{2}\cdot$

2. Cùng với định nghĩa và tính chất 1 cho ta các tính chất đặc trưng của phép vị tự. Từ đó có thể chứng minh được các tính chất khác của phép vị tự.

   *Hoạt động 2* giúp học sinh biết cách dùng định nghĩa phép vị tự để chứng minh một tính chất đơn giản của phép vị tự.

   $$M' = V_{(O,\, k)}(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{1}{k}\overrightarrow{OM'} \Leftrightarrow M = V_{(O,\, \frac{1}{k})}(M').$$

   *Hoạt động 3* sử dụng kết quả của ví dụ 2 dẫn tới tính chất 2.a).

   $B$ ở giữa $A$, $C$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = t\overrightarrow{AC}$, $0 < t < 1$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{A'B'} = t\overrightarrow{A'C'}$ với $0 < t < 1$ $\Leftrightarrow$ $B'$ ở giữa $A'$, $C'$.

   *Hoạt động 4* giúp học sinh biết cách tìm phép vị tự biến tam giác này thành tam giác kia.

– Để xác định tâm vị tự ta kẻ đường nối các điểm tương ứng $AA'$, $BB'$, $CC'$ ta thấy chúng gặp nhau tại trọng tâm $G$ của tam giác $ABC$.

– Để tìm tỉ số vị tự ta so sánh $\overrightarrow{GA'}$ và $\overrightarrow{GA}$. Ta thấy $\overrightarrow{GA'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}$. Làm tương tự đối với $B$, $B'$ và $C$, $C'$. Từ đó suy ra tỉ số vị tự là $-\frac{1}{2}\cdot$

**3.** Việc tìm tâm vị tự của hai đường tròn dựa vào các tính chất sau :

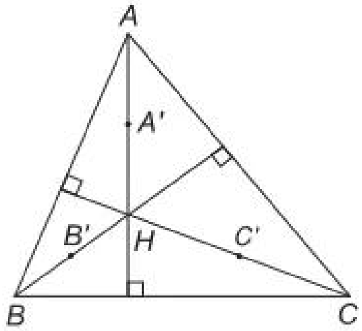
– Đường thẳng nối một điểm và ảnh của nó luôn qua tâm vị tự.

– Phép vị tự biến đường thẳng $d$ thành đường thẳng song song hoặc trùng với $d$, biến đường tròn $(O)$ thành đường tròn $(O')$, biến tâm $O$ thành tâm $O'$.

Ví dụ 4 nhằm củng cố cách tìm tâm vị tự của hai đường tròn.

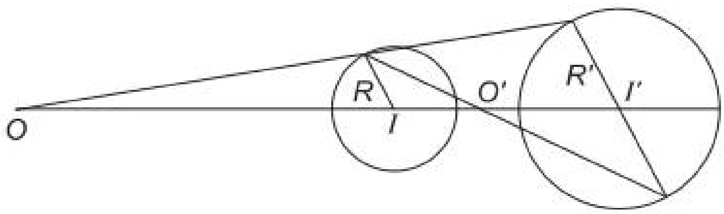
## C. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP

**1.** Ảnh của $A$, $B$, $C$ qua phép vị tự $V_{(H,\frac{1}{2})}$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $HA$, $HB$, $HC$ (h.1.7).



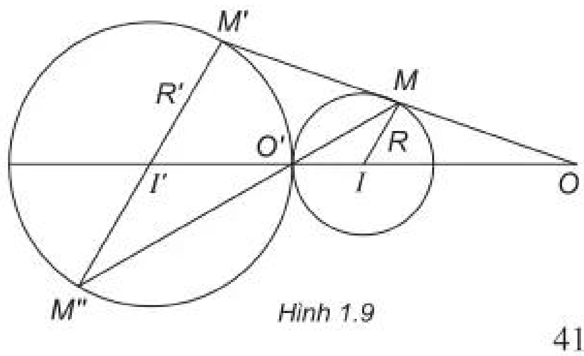

*Hình 1.7*

**2.** a) Có hai tâm vị tự là $O$ và $O'$ tương ứng với các tỉ số vị tự là $\frac{R'}{R}$ và $-\frac{R'}{R}\cdot$ (h.1.8)



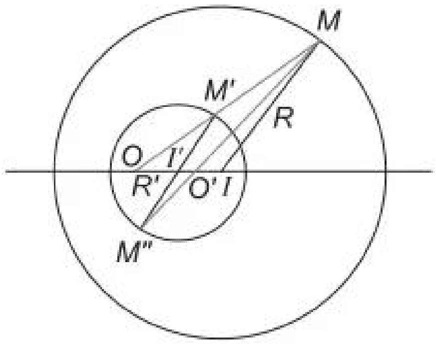

*Hình 1.8*

b) Có hai tâm vị tự là $O$ và $O'$ tương ứng với các tỉ số vị tự là $\frac{R'}{R}$ và $-\frac{R'}{R}\cdot$ (h.1.9)




*Hình 1.9*

c) Có hai tâm vị tự là $O$ và $O'$ tương ứng với các tỉ số vị tự là $\frac{R'}{R}$ và $-\frac{R'}{R}\cdot$ (h.1.10)




*Hình 1.10*

**3.** Với mỗi điểm $M$, gọi $M' = V_{(O,k)}(M)$, $M'' = V_{(O,p)}(M')$. Khi đó $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{OM''} = p\overrightarrow{OM'} = pk\overrightarrow{OM}$. Từ đó suy ra $M'' = V_{(O,pk)}(M)$. Vậy thực hiện liên tiếp hai phép vị tự $V_{(O,k)}$ và $V_{(O,p)}$ sẽ được phép vị tự $V_{(O,pk)}$.