III. HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP ÔN TẬP CUỐI NĂM

1. Gọi tam giác $A'B'C'$ là ảnh của tam giác ABC qua các phép biến hình trên, khi đó

a) $A'(3 ; 2)$, $B'(2 ; 4)$, $C'(4 ; 5)$.

b) $A'(1 ; -1)$, $B'(0 ; -3)$, $C'(2 ; -4)$.

c) $A'(3 ; 1)$, $B'(4 ; -1)$, $C'(2 ; -2)$.

d) $A'(-1 ; 1)$, $B'(-3 ; 0)$, $C'(-4 ; 2)$.

e) $A'(2 ; -2)$, $B'(0 ; -6)$, $C'(4 ; -8)$.

2. a) F là phép vị tự tâm G, tỉ số $-\frac{1}{2}$.

b) Để ý rằng O là trực tâm của tam giác $A'B'C'$.

c) $F(O) = O_1$ là trung điểm của OH.

d) Ảnh của A, B, C, A_1, B_1, C_1 qua phép vị tự tâm H tỉ số $\frac{1}{2}$ tương ứng là A'', B'', C'', A_1', B_1', C_1'.

e) Chứng minh A'', B'', C'', A_1', B_1', C_1' cùng thuộc đường tròn (O_1). Sau đó chứng minh A', B', C' cũng thuộc đường tròn (O_1). Chẳng hạn, chứng minh $O_1A_1' = O_1A'$.

3. a) Gọi $N = EM \cap CD$

$$\begin{cases} MA = MB \\ ABCD \text{ là hình thang} \end{cases}$$

$\Rightarrow NC = ND \Rightarrow G \in EN$.

$\Rightarrow S, E, M, G \in (\alpha) = (ES, EM)$

Gọi $O = AC \cap BD$.

Ta có $(\alpha) \cap (SAC) = SO$.

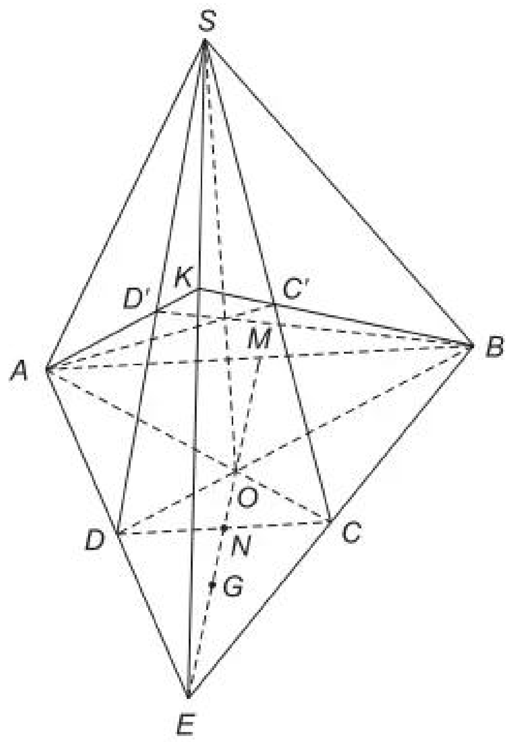
Tương tự $(\alpha) \cap (SBD) = SO$.

b) $SE = (SAD) \cap (SBC)$.

c) Gọi $O' = AC' \cap BD'$.

Ta có $\begin{cases} AC' \subset (SAC) \\ BD' \subset (SBD) \end{cases}$

$\Rightarrow O' \in SO = (SAC) \cap (SBD)$ (h.3.45).



Hình 3.45

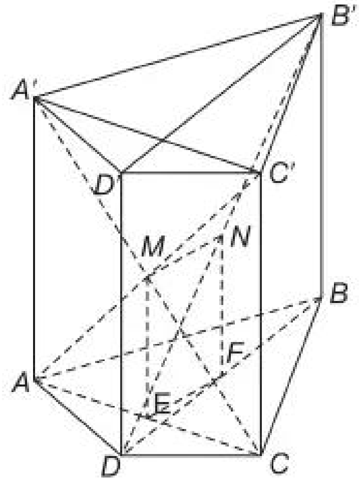
4. Tứ giác $ACC'A'$ là hình bình hành nên AC' và $A'C$ cắt nhau tại trung điểm M của mỗi đường. Tương tự BD' và $B'D$ cắt nhau tại trung điểm N của mỗi đường.

Ta có $\begin{cases} ME \,//\, CC' \\ ME = \dfrac{1}{2}CC' \text{ (}ME\text{ là đường trung bình của tam giác }ACC'\text{).} \end{cases}$

Tương tự, trong tam giác DBB',

ta có $\begin{cases} NF \,//\, BB' \\ NF = \dfrac{1}{2}BB'. \end{cases}$

Tứ giác $MNFE$ là hình bình hành nên $MN = EF$ (h.3.46).



Hình 3.46

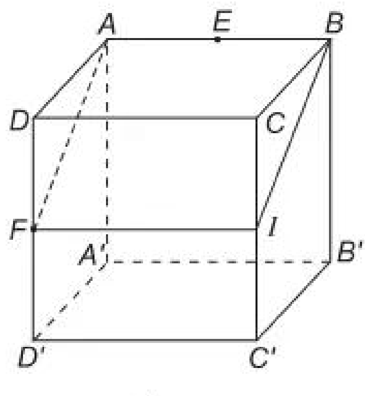
5. Gọi $\mathscr{L}$ là hình lập phương.

• $(EFB) \cap \mathscr{L} = ABIF$ với $FI \,//\, AB$, (h.3.47a).

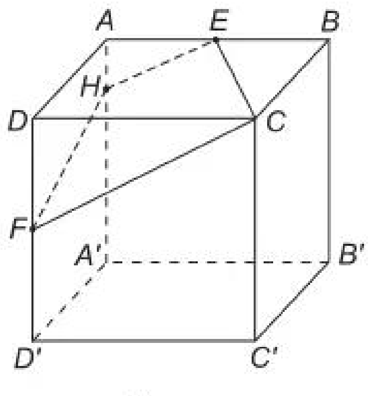
• $(EFC) \cap \mathscr{L} = ECFH$ với $CF \,//\, EH$, (h.3.47b).

• $(EFC') \cap \mathscr{L} = EMC'FL$ với $EM \,//\, FC'$ và $FL \,//\, C'M$, (h.3.47c).

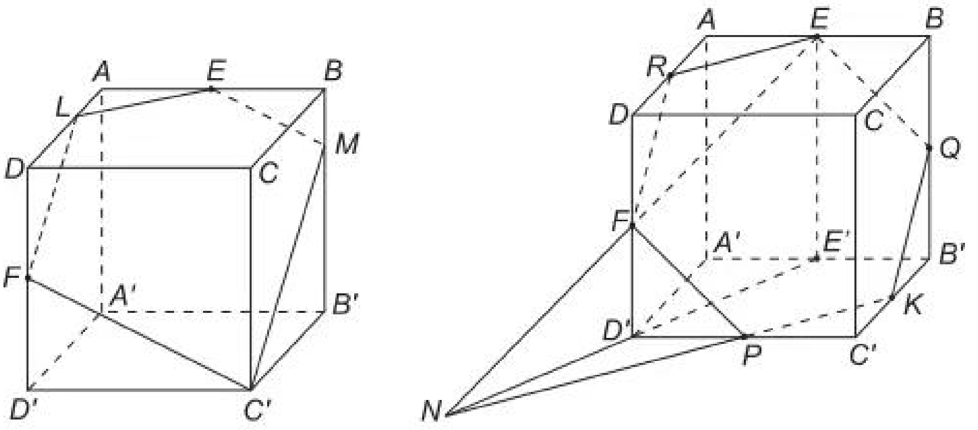
• Gọi E' là hình chiếu vuông góc của E trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Gọi $N = EF \cap E'D'$, $P = NK \cap C'D'$. Vẽ $ER \,//\, KP$, $EQ \,//\, FP$, ta có thiết diện là hình lục giác đều $ERFPKQ$, (h.3.47d).



a)



b)



c) d)

Hình 3.47

6. a) Ta có $\left.\begin{matrix} B'C \perp BC' \\ B'C \perp D'C' \end{matrix}\right\} \Rightarrow B'C \perp (D'C'B)$.

Gọi I là tâm hình vuông $BCC'B'$.

Trong mặt phẳng $(BC'D')$ vẽ $IK \perp BD'$ tại K.

Ta có IK là đường vuông góc chung của BD' và $B'C$.

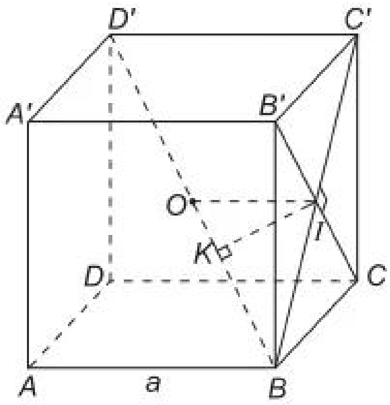
b) Gọi O là trung điểm của BD'.

Vì ΔIOB vuông tại I nên :

$$\frac{1}{KI^2} = \frac{1}{IO^2} + \frac{1}{IB^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{4}{a^2} + \frac{2}{a^2} = \frac{6}{a^2}$$

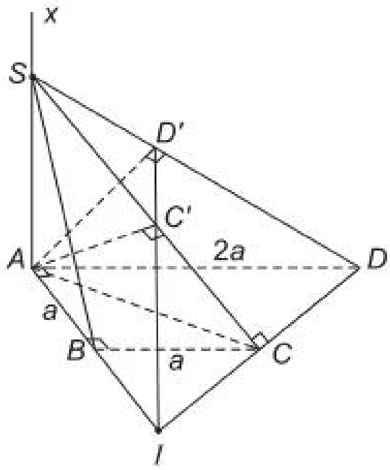
$\Rightarrow KI = \dfrac{a}{\sqrt{6}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$ (h.3.48).



Hình 3.48

7. a) Áp dụng định lí ba đường vuông góc ta chứng minh được $SB \perp BC$ nên $\widehat{SBC} = 90^{\circ}$.

Vì ΔABC vuông cân nên $\widehat{ACB} = 45^{\circ}$, từ đó suy ra $\widehat{ACD} = 90^{\circ}$.



Hình 3.49

Áp dụng định lí ba đường vuông góc ta chứng minh được $SC \perp CD$ hay $\widehat{SCD} = 90^{\circ}$ (h.3.49).

b) Trong mặt phẳng (SAC) vẽ $AC' \perp SC$ và trong mặt phẳng (SAD) vẽ $AD' \perp SD$. Ta có $AC' \perp CD$ (vì $CD \perp (SAC)$)

và $AC' \perp SC$ nên suy ra $AC' \perp (SCD) \Rightarrow AC' \perp SD$.

Ta lại có $AB \perp AD$ và $AB \perp SA$, nên $AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp SD$.

Ba đường thẳng AD', AC' và AB cùng đi qua điểm A và vuông góc với SD nên cùng nằm trong mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SD.

c) Ta có $C'D'$ là giao tuyến của (α) với mặt phẳng (SCD). Do đó khi S di động trên tia Ax thì $C'D'$ luôn luôn đi qua điểm I cố định là giao điểm của AB và CD. ($AB \subset (\alpha)$, $CD \subset (SCD)$).