NHỮNG VẤN ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG I

I. NHỮNG KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Các định nghĩa và các yếu tố xác định các phép dời hình và phép đồng dạng.

2. Các biểu thức toạ độ của các phép biến hình.

3. Tính chất cơ bản của các phép biến hình.

☞ *Chú ý.* Do số tiết dạy dành cho chương này khá hạn hẹp nên phần lớn các tính chất của các phép biến hình trong chương này chỉ được nêu ra mà không chứng minh. Để ý rằng các phép dời hình và phép vị tự đã học chỉ là những trường hợp đặc biệt của phép đồng dạng. Sau đây ta sẽ đưa ra một cách chứng minh các tính chất của phép đồng dạng.

Trước hết ta giải bài toán sau :

Bài toán

a) Phép biến hình F là phép đồng dạng tỉ số $k \Leftrightarrow$ với mỗi hệ ba điểm O, A, B và ảnh O', A', B' tương ứng ta có $\overrightarrow{O'A'}.\overrightarrow{O'B'} = k^2\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$

b) $\overrightarrow{O'B'} = t\overrightarrow{O'A'} \Leftrightarrow \overrightarrow{OB} = t\overrightarrow{OA}$, với t là một số và O', A', B' là ảnh của O, A, B qua phép đồng dạng tỉ số k.

Giải

a) Để ý rằng $O'A' = kOA$, $O'B' = kOB$, $A'B' = kAB$ và $AB^2 = \overrightarrow{AB}^2$ ta có :

Phép biến hình F là phép đồng dạng tỉ số $k \Leftrightarrow A'B'^2 = k^2AB^2$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{A'B'}^2 = k^2\overrightarrow{AB}^2 \Leftrightarrow (\overrightarrow{O'B'} - \overrightarrow{O'A'})^2 = k^2(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA})^2$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{O'B'}^2 - 2\overrightarrow{O'B'}.\overrightarrow{O'A'} + \overrightarrow{O'A'}^2 = k^2(\overrightarrow{OB}^2 - 2\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OA}^2)$$

$$\Leftrightarrow O'B'^2 - 2\overrightarrow{O'A'}.\overrightarrow{O'B'} + O'A'^2 = k^2(OB^2 - 2\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} + OA^2)$$

$$\Leftrightarrow k^2OB^2 - 2\overrightarrow{O'A'}.\overrightarrow{O'B'} + k^2OA^2 = k^2OB^2 - 2k^2\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} + k^2OA^2$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{O'A'}.\overrightarrow{O'B'} = k^2\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}.$$

b) áp dụng câu a) ta có

$$\overrightarrow{O'B'} = t\overrightarrow{O'A'} \Leftrightarrow \overrightarrow{O'B'} - t\overrightarrow{O'A'} = \vec{0} \Leftrightarrow (\overrightarrow{O'B'} - t\overrightarrow{O'A'})^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{O'B'}^2 - 2t\overrightarrow{O'B'}.\overrightarrow{O'A'} + t^2\overrightarrow{O'A'}^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow k^2\overrightarrow{OB}^2 - 2tk^2\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OA} + k^2t^2\overrightarrow{OA}^2 = 0 \Leftrightarrow k^2(\overrightarrow{OB} - t\overrightarrow{OA})^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OB} - t\overrightarrow{OA} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OB} = t\overrightarrow{OA}.$$

Bây giờ ta sẽ áp dụng kết quả của bài toán trên để chứng minh các tính chất của phép đồng dạng.

Định lí

Phép đồng dạng tỉ số k (k > 0) có các tính chất :

a) Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm ấy.

b) Biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.

c) Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với nó, biến góc thành góc bằng nó.

d) Biến đường tròn bán kính R thành đường tròn bán kính $k.R$.

Chứng minh

a) Gọi A', B', C' theo thứ tự là ảnh của A, B, C qua phép đồng dạng F, tỉ số k. Khi đó A', B', C' thẳng hàng và B' ở giữa A' và C' $\Leftrightarrow \overrightarrow{A'B'} = t\overrightarrow{A'C'}$, $0 < t < 1$ $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AB} = t\overrightarrow{AC}$, $0 < t < 1 \Leftrightarrow$ A, B, C thẳng hàng và B ở giữa A và C.

b) • Lấy A, B phân biệt thuộc đường thẳng d, gọi $A' = F(A)$, $B' = F(B)$ khi đó $A'B' = kAB$ nên A' và B' phân biệt. Ta sẽ chứng minh rằng $F(d)$ là đường thẳng $A'B'$. Ta có $M \in d$ $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$, $-\infty < t < +\infty$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{A'M'} = t\overrightarrow{A'B'}$, $-\infty < t < +\infty$ $\Leftrightarrow$ M' thuộc đường thẳng $A'B'$.

Vậy $F(d)$ là đường thẳng $A'B'$.

• M thuộc tia AB $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$, $0 \le t < +\infty$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{A'M'} = t\overrightarrow{A'B'}$, $0 \le t < +\infty$ $\Leftrightarrow$ M' thuộc tia $A'B'$. Do đó F biến tia AB thành tia $A'B'$.

• M thuộc đoạn thẳng AB $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AM} = t\overrightarrow{AB}$, $0 \le t \le 1$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{A'M'} = t\overrightarrow{A'B'}$, $0 \le t \le 1$ $\Leftrightarrow$ M' thuộc đoạn thẳng $A'B'$. Do đó F biến đoạn thẳng AB thành đoạn thẳng $A'B'$.

c) $\Delta A'B'C'$ đồng dạng với ΔABC vì chúng có các cạnh tương ứng tỉ lệ. Từ đó suy ra F biến góc BAC thành góc $B'A'C'$.

d) Được suy ra trực tiếp từ định nghĩa phép đồng dạng.

II. NHỮNG KĨ NĂNG CƠ BẢN

1. Biết xác định được ảnh qua một phép biến hình và ngược lại cho biết ảnh của một hình tìm hình đã cho.

2. Ngược lại khi cho biết một hình và ảnh của hình thì biết cách xác định phép biến hình đó.

3. Nhận biết được các hình bằng nhau có liên hệ với nhau qua phép dời hình và các hình đồng dạng với nhau qua phép đồng dạng.

III. GỢI Ý BÀI KIỂM TRA CUỐI CHƯƠNG

ĐỀ 1 *(45 phút)*

Câu 1. *(4 điểm)*

a) Thế nào là một phép dời hình ? Hãy kể ra các phép dời hình đã học.

b) Nêu các tính chất của phép dời hình.

Câu 2. *(6 điểm)*

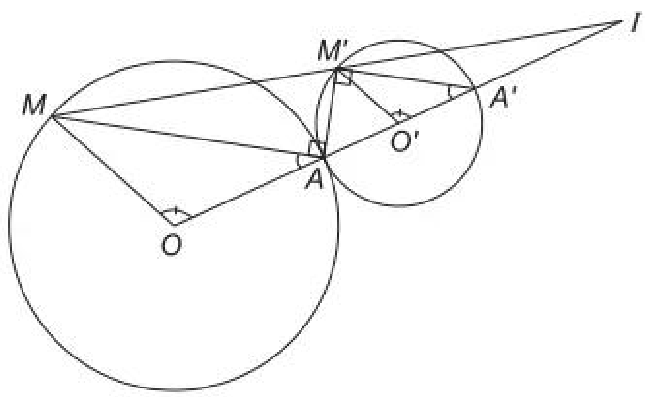
Cho hai đường tròn (O), (O') có bán kính khác nhau và tiếp xúc ngoài với nhau tại A. Từ A vẽ hai tia AM và AM' vuông góc với nhau, $M \in (O)$, $M' \in (O')$ và A' là giao điểm thứ hai của (O') và đường nối tâm OO'.

a) Chứng minh rằng $AM \parallel A'M'$.

b) Chứng minh đường thẳng MM' đi qua tâm vị tự của hai đường tròn (O) và (O').

ĐÁP ÁN

Câu 2.



Hình 1.18

a) $MA \parallel M'A'$ vì $\widehat{MAM'} = \widehat{AM'A'} = 90^{\circ}$.

b) Gọi I là giao điểm của MM' và OO'. Vì $\widehat{MAO} = \widehat{M'A'O'}$, các tam giác OMA và $O'M'A'$ cân nên $\widehat{MOA} = \widehat{M'O'A'}$. Từ đó suy ra $OM \parallel O'M'$. Do đó I là tâm vị tự ngoài của hai đường tròn.

ĐỀ 2 *(45 phút)*

Câu 1. *(5 điểm)*

a) Từ định nghĩa phép tịnh tiến chứng minh rằng phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

b) Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(x\,;\,y)$.

– Tìm toạ độ của điểm M' là ảnh của M qua phép đối xứng tâm là gốc toạ độ.

– Tìm toạ độ của M'' là ảnh của M qua phép đối xứng qua trục hoành.

Câu 2. *(5 điểm)*

Cho hình vuông $ABCD$, tâm là O. Vẽ hình vuông $AOBE$.

a) Tìm hình vuông $AO'B'E'$ là ảnh của hình vuông $AOBE$ qua phép quay $Q_{(A,-45^{\circ})}$.

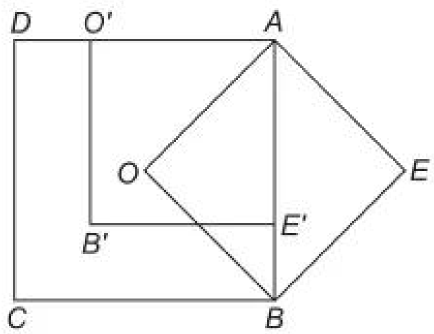
b) Tìm phép biến hình biến hình vuông $AOBE$ thành hình vuông $ADCB$.

ĐÁP ÁN

Câu 2.

a) Dựng hình vuông $AO'B'E'$ có $AO' = AO$ và O' thuộc AD.

b) Là phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay $Q_{(A,\,-45^{\circ})}$ và phép vị tự $V_{(A,\frac{DA}{OA})}$.



Hình 1.19