NHỮNG VẤN ĐỀ ÔN TẬP CHƯƠNG III

I. NHỮNG KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Định nghĩa vectơ và các phép toán về vectơ : phép cộng vectơ, phép nhân vectơ với một số, tính tích vô hướng của hai vectơ.

2. Định nghĩa ba vectơ đồng phẳng và điều kiện đồng phẳng của ba vectơ.

3. Định nghĩa góc giữa hai đường thẳng và hai đường thẳng vuông góc.

4. Định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng và nắm được điều kiện để một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng.

5. Định nghĩa phép chiếu vuông góc và định lí ba đường vuông góc.

6. Định nghĩa hai mặt phẳng vuông góc và điều kiện cần và đủ để hai mặt phẳng vuông góc với nhau.

7. Các định nghĩa về khoảng cách :

– Từ một điểm đến một đường thẳng và đến một mặt phẳng ;

– Giữa đường thẳng và mặt phẳng song song, giữa hai mặt phẳng song song ;

– Giữa hai đường thẳng chéo nhau.

II. NHỮNG KĨ NĂNG CƠ BẢN

1. Thực hiện các phép tính về vectơ : cộng, nhân vectơ với một số, tích vô hướng của hai vectơ.

2. Chứng minh ba vectơ đồng phẳng và biết phân tích một vectơ theo ba vectơ không đồng phẳng trong không gian.

3. Biết chứng minh hai đường thẳng vuông góc, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc.

4. Biết tính khoảng cách giữa điểm và đường thẳng, giữa điểm và mặt phẳng, giữa hai mặt phẳng song song và giữa hai đường thẳng chéo nhau.

5. Biết phối hợp và sử dụng các kiến thức cơ bản và các kĩ năng cơ bản để giải những bài toán mang tính tổng hợp, biết khai thác mối quan hệ giữa tính song song và tính vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng trong không gian.

III. GỢI Ý ĐỀ KIỂM TRA CUỐI CHƯƠNG III

ĐỀ 1 *(45 phút)*

Câu 1. *(5 điểm)*

Trong mặt phẳng (α) cho tam giác ABC với cả ba góc đều nhọn.

Trên đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) tại A lấy một điểm M khác A. Trong mặt phẳng (α) vẽ BK vuông góc với AC tại K và trong mặt phẳng (MBC) vẽ BH vuông góc với CM tại H. Đường thẳng KH cắt d tại N. Chứng minh :

a) $BN \perp CM$; b) $BM \perp CN$.

Câu 2. *(5 điểm)*

Tứ diện $OABC$ có $OA = OB = OC = a$ và $\widehat{AOB} = \widehat{AOC} = 60^{\circ}$; $\widehat{BOC} = 90^{\circ}$.

a) Chứng tỏ rằng ABC là một tam giác vuông ;

b) Chứng minh rằng OA vuông góc với BC. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của OA và BC, chứng tỏ rằng IJ là đường vuông góc chung của OA và BC.

ĐÁP ÁN

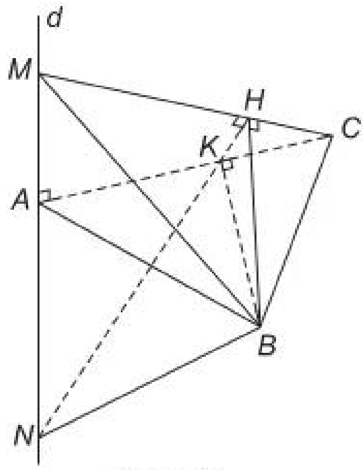
Câu 1.

a) $\left.\begin{matrix} BK \perp AC \\ BK \perp AM \end{matrix}\right\} \Rightarrow BK \perp (ACM) \Rightarrow BK \perp CM.$

Mặt khác $BH \perp CM$ nên ta suy ra $CM \perp (BKH) \Rightarrow CM \perp BN$ (h.3.41).

b) Do $CM \perp (BKH)$ nên $CM \perp KH$. Vậy K là trực tâm của tam giác CMN. Do đó $MK \perp CN$.

Vì $BK \perp (ACM)$ nên $BK \perp CN$ cùng với $MK \perp CN$ ta suy ra $CN \perp (BKM)$ và do đó $CN \perp BM$.

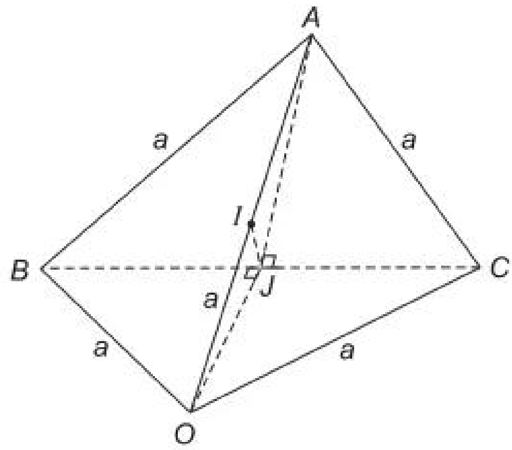


Hình 3.41

Câu 2.

a) Các tam giác đều OAB, OAC có $AB = AC = a$. Tam giác BOC vuông cân nên $BC = a\sqrt{2}$. Tam giác ABC có $BC^2 = AB^2 + AC^2$ nên vuông tại A.

b) Hai điểm A và O cách đều hai điểm B và C nên A và O nằm trên mặt phẳng trung trực của đoạn BC tức là $OA \perp BC$. Mặt phẳng (OJA) là mặt phẳng trung trực của đoạn BC nên $IJ \perp BC$ (1). Mặt khác, hai tam giác AOB và AOC là hai tam giác đều nên $AO \perp BI$ và $AO \perp CI$. Vì vậy $AO \perp (IBC)$, suy ra $AO \perp BC$ (2).



Hình 3.42

Từ (1) và (2) suy ra IJ là đường vuông góc chung của OA và BC (h.3.42).

ĐỀ 2 *(45 phút)*

Câu 1. *(5 điểm)*

Trong mặt phẳng (α) cho đường tròn đường kính AB. Lấy một điểm S không thuộc (α) sao cho $SA \perp (\alpha)$. Gọi H là một điểm trên đường tròn khác với A và B.

a) Chứng minh rằng mặt phẳng (SAH) vuông góc với mặt phẳng (SHB).

b) Trong mặt phẳng (SAH) vẽ $AK \perp SH$ tại K. Chứng minh rằng $AK \perp SB$.

Câu 2. (5 điểm)

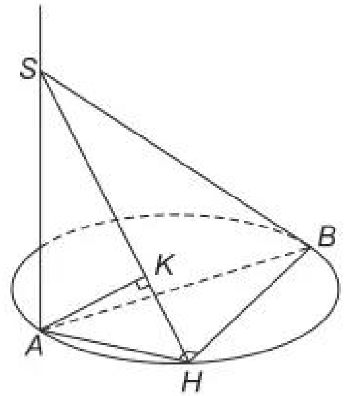
Cho hai tam giác cân ACD và BCD có chung đáy $CD = 2x$, nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau và có $AC = AD = BC = BD = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD.

a) Chứng minh rằng MN là đường vuông góc chung của AB và CD.

b) Tính theo a và x độ dài các đoạn AB và MN.

ĐÁP ÁN

Câu 1.



Hình 3.43

a) Ta có $\left.\begin{array}{l} BH \perp AH \\ BH \perp SA \end{array}\right\} \Rightarrow BH \perp (SAH)$

$\Rightarrow (SBH) \perp (SAH)$ (h.3.43).

b) Vì $(SAH) \perp (SHB)$ và cắt nhau theo giao tuyến là SH mà $AK \perp SH$ nên $AK \perp (SHB)$.

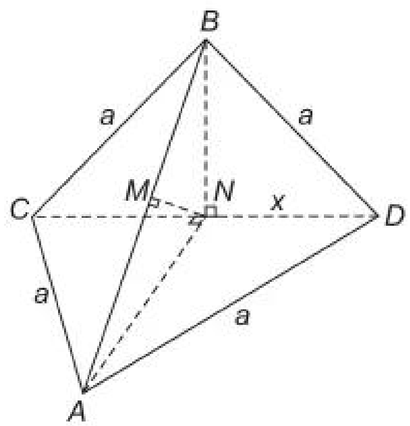
Do đó $AK \perp SB$.

Câu 2.

a) Vì tam giác ANB là tam giác vuông cân tại N nên $NM \perp AB$

Ta có $CD \perp (ANB) \Rightarrow CD \perp NM$.

Vậy MN là đường vuông góc chung của AB và CD (h.3.44).



Hình 3.44

b) Tam giác ANB vuông cân tại N nên $AB = AN\sqrt{2}$ với $AN = \sqrt{a^2 - x^2}$, vì vậy $AB = \sqrt{2(a^2 - x^2)}$.

Vì $MN = \frac{1}{2}AB$ nên $MN = \frac{\sqrt{2(a^2 - x^2)}}{2}$.