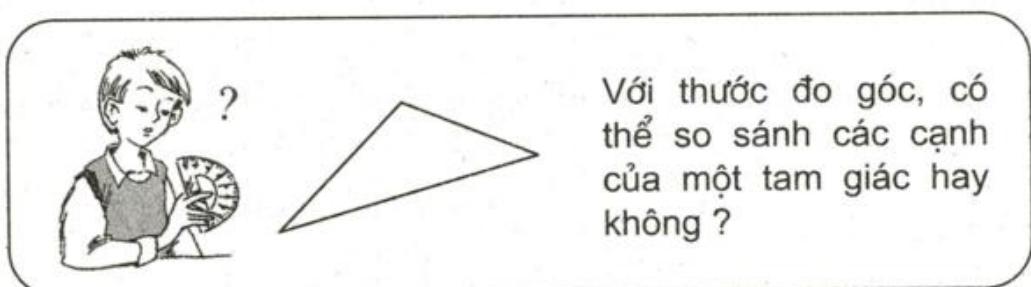


Chương III - QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC. CÁC ĐƯỜNG ĐỒNG QUY CỦA TAM GIÁC

§1. Quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác



Ta đã biết, trong tam giác ABC, $AC = AB \Leftrightarrow \hat{B} = \hat{C}$. Nay giờ, ta xét trường hợp $AC > AB$ (để biết quan hệ giữa \hat{B} và \hat{C}) và trường hợp $\hat{B} > \hat{C}$ (để biết quan hệ giữa AC và AB).

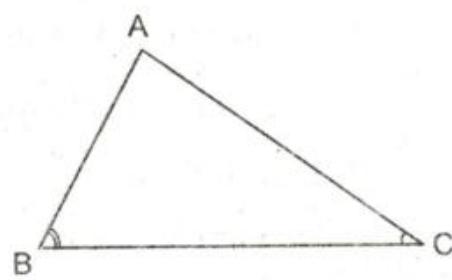
1. Góc đối diện với cạnh lớn hơn

?1 Vẽ tam giác ABC với $AC > AB$. Quan sát hình và dự đoán xem ta có trường hợp nào trong các trường hợp sau :

- 1) $\hat{B} = \hat{C}$
- 2) $\hat{B} > \hat{C}$
- 3) $\hat{B} < \hat{C}$.

?2 Gấp hình và quan sát :

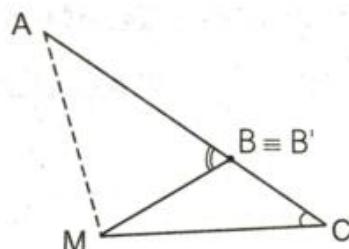
- Cắt một tam giác ABC bằng giấy với $AC > AB$ (h. 1).



Hình 1

- Gấp tam giác ABC từ đỉnh A sao cho cạnh AB chồng lên cạnh AC để xác định tia phân giác AM của góc BAC, khi đó điểm B trùng với một điểm B' trên cạnh AC (h. 2).

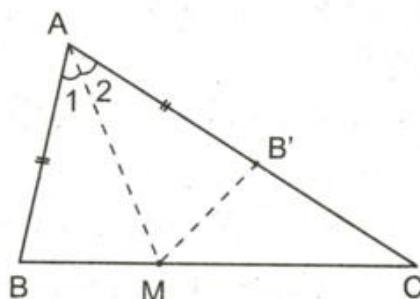
Hãy so sánh góc $\angle AB'M$ và góc C.



Hình 2

Định lí 1

Trong một tam giác, góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn.



GT	ΔABC
KL	$AC > AB$
	$\hat{B} > \hat{C}$

Hình 3

Chứng minh :

Trên tia AC, lấy điểm B' sao cho $AB' = AB$. Do $AC > AB$ nên B' nằm giữa A và C (h. 3).

Kẻ tia phân giác AM của góc A ($M \in BC$).

Hai tam giác ΔABM và $\Delta AB'M$ có :

- $AB = AB'$ (do cách lấy điểm B').
- $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ (do AM là tia phân giác của góc A).
- Cạnh AM chung.

Do đó $\Delta ABM \cong \Delta AB'M$ (c.g.c), suy ra :

$$\hat{B} = \widehat{AB'M}. \quad (1)$$

Góc $AB'M$ là một góc ngoài của tam giác $B'MC$. Theo tính chất góc ngoài của một tam giác, ta có :

$$\widehat{AB'M} > \widehat{C}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{B} > \widehat{C}$.

2. Cạnh đối diện với góc lớn hơn

? Vẽ tam giác ABC với $\widehat{B} > \widehat{C}$. Quan sát hình và dự đoán xem ta có trường hợp nào trong các trường hợp sau :

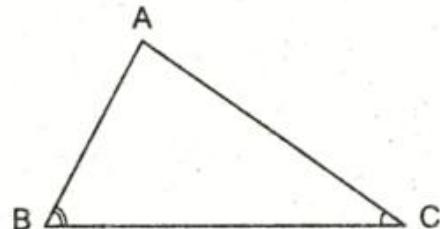
- 1) $AB = AC$
- 2) $AB > AC$
- 3) $AC > AB$.

Người ta đã chứng minh được định lí sau :

Định lí 2

Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn.

Cụ thể, trong tam giác ABC (h. 4), nếu $\widehat{B} > \widehat{C}$ thì $AC > AB$.



Hình 4

Nhận xét :

- 1) Định lí 2 là định lí đảo của định lí 1. Từ đó trong tam giác ABC , $AC > AB \Leftrightarrow \widehat{B} > \widehat{C}$.

- 2) Trong tam giác tù (hoặc tam giác vuông), góc tù (hoặc góc vuông) là góc lớn nhất nên cạnh đối diện với góc tù (hoặc góc vuông) là cạnh lớn nhất.

Bài tập

1. So sánh các góc của tam giác ABC , biết rằng :

$$AB = 2\text{cm}, \quad BC = 4\text{cm}, \quad AC = 5\text{cm}.$$

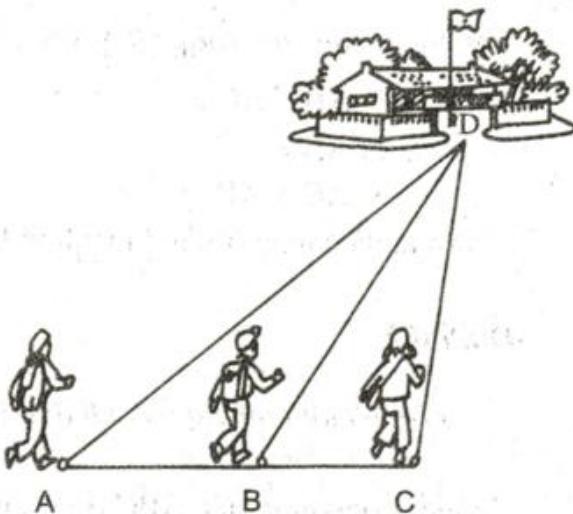
2. So sánh các cạnh của tam giác ABC , biết rằng :

$$\widehat{A} = 80^\circ, \quad \widehat{B} = 45^\circ.$$

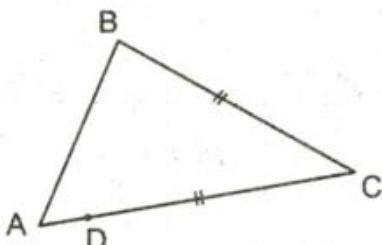
Luyện tập

3. Cho tam giác ABC với $\hat{A} = 100^\circ$, $\hat{B} = 40^\circ$.
- Tìm cạnh lớn nhất của tam giác ABC.
 - Tam giác ABC là tam giác gì ?
4. Trong một tam giác, đối diện với cạnh nhỏ nhất là góc gì (nhọn, vuông, tù) ? Tại sao ?
5. Ba bạn Hạnh, Nguyên, Trang đi đến trường theo ba con đường AD, BD và CD (h.5). Biết rằng ba điểm A, B, C cùng nằm trên một đường thẳng và góc ACD là góc tù.

Hỏi ai đi xa nhất, ai đi gần nhất ? Hãy giải thích.



Hình 5



Hình 6

6. Xem hình 6, có hai đoạn thẳng bằng nhau BC và DC. Hỏi rằng kết luận nào trong các kết luận sau là đúng ? Tại sao ?
- $\hat{A} = \hat{B}$
 - $\hat{A} > \hat{B}$
 - $\hat{A} < \hat{B}$

7. Một cách chứng minh khác của định lí 1 :

Cho tam giác ABC với $AC > AB$. Trên tia AC, lấy điểm B' sao cho $AB' = AB$.

- Hãy so sánh góc ABC với góc ABB' .
- Hãy so sánh góc ABB' với góc $AB'B$.
- Hãy so sánh góc $AB'B$ với góc ACB .

Từ đó suy ra $\widehat{ABC} > \widehat{ACB}$.