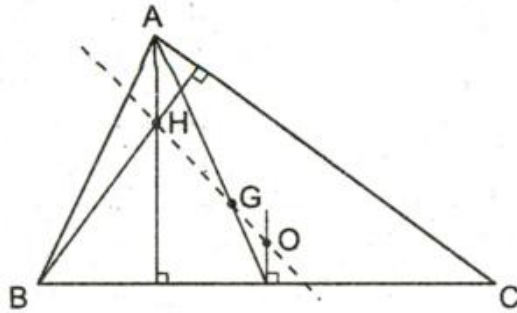


## Ôn tập chương III



### CÓ THỂ EM CHƯA BIẾT

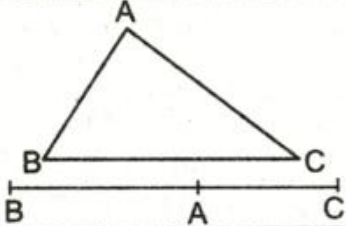
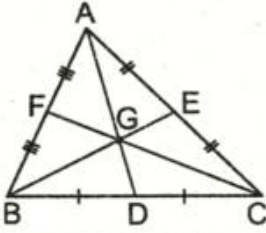
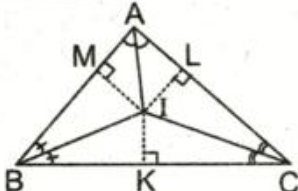
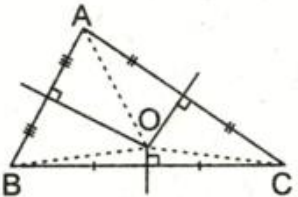
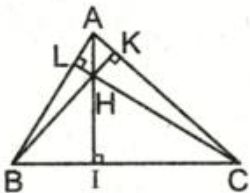
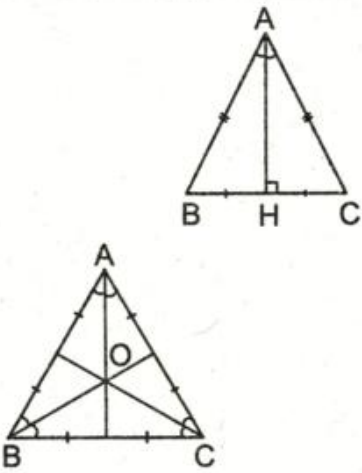


*Lê-ô-na Ô-le*

Trong tam giác ABC, nếu gọi O là điểm chung của ba đường trung trực (tâm đường tròn ngoại tiếp), G là điểm chung của ba đường trung tuyến (trọng tâm), H là điểm chung của ba đường cao (trục tâm), thì O, G, H cùng thuộc một đường thẳng (G ở giữa O, H và  $OH = 3OG$ ). Đường thẳng chứa O, G, H gọi là **đường thẳng Ô-le** của tam giác ABC ; nó được mang tên nhà toán học lỗi lạc Lê-ô-na Ô-le (1707 - 1783). Lê-ô-na Ô-le sinh ra ở Thụy Sĩ, làm việc nhiều năm ở Nga. Số lượng công trình nghiên cứu khoa học của ông ít ai sánh kịp.

### Bảng tổng kết các kiến thức cần nhớ

	$\hat{B} > \hat{C} \Leftrightarrow AC > AB$ $\hat{B} = \hat{C} \Leftrightarrow AC = AB$
	$A \notin d, B \in d, AH \perp d$ . Khi đó $AB > AH$ , hoặc $AB = AH$ (điều này xảy ra $\Leftrightarrow B \equiv H$ ).
	$A \notin d, B \in d, C \in d, AH \perp d$ . Khi đó $AB > AC \Leftrightarrow HB > HC$ $AB = AC \Leftrightarrow HB = HC$

	<p>Với ba điểm A, B, C bất kì, luôn có :</p> $AB + AC > BC,$ <p>hoặc <math>AB + AC = BC</math> (điều này xảy ra <math>\Leftrightarrow</math> A nằm giữa B và C).</p>
	<p>Trong tam giác ABC, ba đường trung tuyến AD, BE, CF đồng quy tại điểm G và</p> $\frac{GA}{DA} = \frac{GB}{EB} = \frac{GC}{FC} = \frac{2}{3}.$ <p>Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC.</p>
	<p>Trong tam giác ABC, ba đường phân giác đồng quy tại điểm I và điểm I cách đều ba cạnh :</p> $IK = IL = IM.$
	<p>Trong tam giác ABC, ba đường trung trực đồng quy tại điểm O và điểm O cách đều ba đỉnh :</p> $OA = OB = OC.$ <p>Điểm O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.</p>
	<p>Trong tam giác ABC, ba đường cao AI, BK, CL đồng quy tại điểm H.</p> <p>Điểm H là trực tâm của tam giác ABC.</p>
	<p>Tam giác ABC cân tại A <math>\Leftrightarrow</math> Hai trong bốn đường sau trùng nhau : đường trung trực của cạnh BC, đường trung tuyến, đường cao và đường phân giác cùng xuất phát từ đỉnh A.</p> <p>Nếu tam giác ABC đều thì trọng tâm, trực tâm, điểm cách đều ba đỉnh và điểm (nằm trong tam giác) cách đều ba cạnh là bốn điểm trùng nhau.</p>

## Câu hỏi ôn tập

1. Cho tam giác ABC. Hãy viết kết luận của hai bài toán sau về quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong một tam giác.

	Bài toán 1	Bài toán 2
Giả thiết	$AB > AC$	$\widehat{B} < \widehat{C}$
Kết luận		

2. Từ điểm A không thuộc đường thẳng d, kẻ đường vuông góc AH, các đường xiên AB, AC đến đường thẳng d. Hãy điền dấu (>, <) vào các chỗ trống (...) dưới đây cho đúng :

- a)  $AB \dots\dots AH$  ;  $AC \dots\dots AH$ .  
 b) Nếu  $HB \dots\dots HC$  thì  $AB \dots\dots AC$ .  
 c) Nếu  $AB \dots\dots AC$  thì  $HB \dots\dots HC$ .

3. Cho tam giác DEF. Hãy viết các bất đẳng thức về quan hệ giữa các cạnh của tam giác này.

4. Hãy ghép đôi hai ý ở hai cột để được khẳng định đúng

*Trong tam giác ABC*

- |  |  |
|--|--|
| a) đường phân giác xuất phát từ đỉnh A   | a') là đường thẳng vuông góc với cạnh BC tại trung điểm của nó.                              |
| b) đường trung trực ứng với cạnh BC      | b') là đoạn vuông góc kẻ từ A đến đường thẳng BC.  |
| c) đường cao xuất phát từ đỉnh A         | c') là đoạn thẳng nối A với trung điểm của cạnh BC.  |
| d) đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A | d') là đoạn thẳng có hai mút là đỉnh A và giao điểm của cạnh BC với tia phân giác của góc A. |

5. Cũng với yêu cầu như ở câu 4

*Trong một tam giác*

- |   |   |
|---|---|
| a) trọng tâm                                  | a') là điểm chung của ba đường cao.         |
| b) trực tâm                                   | b') là điểm chung của ba đường trung tuyến. |
| c) điểm (nằm trong tam giác) cách đều ba cạnh | c') là điểm chung của ba đường trung trực.  |
| d) điểm cách đều ba đỉnh                      | d') là điểm chung của ba đường phân giác.   |

6. a) Hãy nêu tính chất của trọng tâm của một tam giác ; các cách xác định trọng tâm.  
 b) Bạn Nam nói : “Có thể vẽ được một tam giác có trọng tâm ở bên ngoài tam giác”. Bạn Nam nói đúng hay sai ? Tại sao ?
7. Những tam giác nào có ít nhất một đường trung tuyến đồng thời là đường phân giác, đường trung trực, đường cao ?
8. Những tam giác nào có trọng tâm đồng thời là trực tâm, điểm cách đều ba đỉnh, điểm (nằm trong tam giác) cách đều ba cạnh ?

### Bài tập

63. Cho tam giác ABC với  $AC < AB$ . Trên tia đối của tia BC lấy điểm D sao cho  $BD = AB$ . Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho  $CE = AC$ . Vẽ các đoạn thẳng AD, AE.  
 a) Hãy so sánh góc ADC và góc AEB.  
 b) Hãy so sánh các đoạn thẳng AD và AE.
64. Gọi MH là đường cao của tam giác MNP. Chứng minh rằng : Nếu  $MN < MP$  thì  $HN < HP$  và  $\widehat{NMH} < \widehat{PMH}$  (yêu cầu xét hai trường hợp : khi góc N nhọn và khi góc N tù).
65. Có thể vẽ được mấy tam giác (phân biệt) với ba cạnh là ba trong năm đoạn thẳng có độ dài như sau : 1cm, 2cm, 3cm, 4cm và 5cm ?

66. **Đố :** Bốn điểm dân cư được xây dựng như hình 58. Hãy tìm vị trí đặt một nhà máy sao cho tổng các khoảng cách từ nhà máy đến bốn điểm dân cư này là nhỏ nhất.



67. Cho tam giác MNP với đường trung tuyến MR và trọng tâm Q.

- a) Tính tỉ số các diện tích của hai tam giác MPQ và RPQ.  
 b) Tính tỉ số các diện tích của hai tam giác MNQ và RNQ.  
 c) So sánh các diện tích của hai tam giác RPQ và RNQ.

Từ các kết quả trên, hãy chứng minh các tam giác QMN, QNP, QPM có cùng diện tích.

Gợi ý : Hai tam giác ở mỗi câu a, b, c có chung đường cao.

68. Cho góc  $xOy$ . Hai điểm  $A, B$  lần lượt nằm trên hai cạnh  $Ox, Oy$ .
- Hãy tìm điểm  $M$  cách đều hai cạnh của góc  $xOy$  và cách đều hai điểm  $A, B$ .
  - Nếu  $OA = OB$  thì có bao nhiêu điểm  $M$  thoả mãn các điều kiện trong câu a ?
69. Cho hai đường thẳng phân biệt không song song  $a$  và  $b$ , điểm  $M$  nằm bên trong hai đường thẳng này. Qua  $M$  lần lượt vẽ đường thẳng  $c$  vuông góc với  $a$  tại  $P$ , cắt  $b$  tại  $Q$  và đường thẳng  $d$  vuông góc với  $b$  tại  $R$ , cắt  $a$  tại  $S$ . Chứng minh rằng đường thẳng qua  $M$ , vuông góc với  $SQ$  cũng đi qua giao điểm của  $a$  và  $b$ .
70. Cho  $A, B$  là hai điểm phân biệt và  $d$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .
- Ta kí hiệu  $P_A$  là nửa mặt phẳng bờ  $d$  có chứa điểm  $A$  (không kể đường thẳng  $d$ ). Gọi  $N$  là một điểm của  $P_A$  và  $M$  là giao điểm của đường thẳng  $NB$  và  $d$ . Hãy so sánh  $NB$  với  $NM + MA$ ; từ đó suy ra  $NA < NB$ .
  - Ta kí hiệu  $P_B$  là nửa mặt phẳng bờ  $d$  có chứa điểm  $B$  (không kể  $d$ ). Gọi  $N'$  là một điểm của  $P_B$ . Chứng minh rằng  $N'B < N'A$ .
  - Gọi  $L$  là một điểm sao cho  $LA < LB$ . Hỏi điểm  $L$  nằm ở đâu, trong  $P_A, P_B$  hay trên  $d$  ?