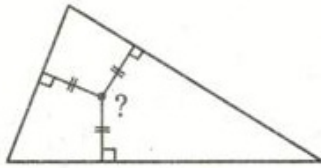


§6. Tính chất ba đường phân giác của tam giác



Điểm nào trong tam giác cách đều ba cạnh của nó ?

1. Đường phân giác của tam giác

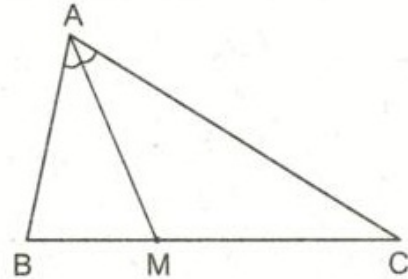
Trong tam giác ABC , tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại điểm M (h. 35), khi đó đoạn thẳng AM được gọi là *đường phân giác* (xuất phát từ đỉnh A) của tam giác ABC . Đôi khi ta cũng gọi đường thẳng AM là đường phân giác của tam giác ABC .

Mỗi tam giác có ba đường phân giác.

Ta có tính chất :

Trong một tam giác cân, đường phân giác xuất phát từ đỉnh đối diện với đáy đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh đáy (h. 36).

(Học sinh tự chứng minh).



Hình 35



Hình 36

2. Tính chất ba đường phân giác của tam giác

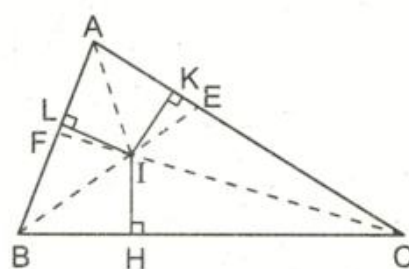
?1 Cắt một tam giác bằng giấy. Gấp hình xác định ba đường phân giác của nó. Trải tam giác ra, quan sát và cho biết : Ba nếp gấp có cùng đi qua một điểm không.

Ta có định lí sau :

Định lí

Ba đường phân giác của một tam giác cùng đi qua một điểm. Điểm này cách đều ba cạnh của tam giác đó.

Ta có thể chứng minh định lí theo cách sau : Gọi I là giao điểm của hai đường phân giác xuất phát từ đỉnh B và đỉnh C của tam giác ABC. Ta sẽ chứng minh AI là tia phân giác của góc A và I cách đều ba cạnh của tam giác ABC (h. 37).



Hình 37

?2 Dựa vào hình 37, hãy viết giả thiết và kết luận của định lí.

Chứng minh :

• Vì I nằm trên tia phân giác BE của góc B nên theo định lí 1 về tính chất của tia phân giác, ta có

$$IL = IH. \quad (1)$$

• Tương tự, ta có

$$IK = IH. \quad (2)$$

• Từ (1) và (2) suy ra $IK = IL (= IH)$, hay I cách đều hai cạnh AB, AC của góc A. Do đó I nằm trên tia phân giác của góc A (theo định lí 2 về tính chất của tia phân giác), hay AI là đường phân giác xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC.

Tóm lại, ba đường phân giác của tam giác ABC cùng đi qua điểm I và điểm này cách đều ba cạnh của tam giác, nghĩa là : $IH = IK = IL$.

Bài tập

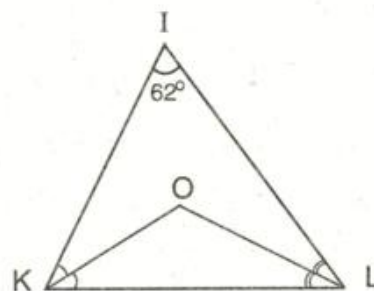
36. Cho tam giác DEF, điểm I nằm trong tam giác và cách đều ba cạnh của nó. Chứng minh I là điểm chung của ba đường phân giác của tam giác DEF.
37. Nêu cách vẽ điểm K ở trong tam giác MNP mà các khoảng cách từ K đến ba cạnh của tam giác đó bằng nhau. Vẽ hình minh họa.

38. Cho hình 38.

a) Tính góc KOL.

b) Kẻ tia IO, hãy tính góc KIO.

c) Điểm O có cách đều ba cạnh của tam giác IKL không? Tại sao?



Hình 38

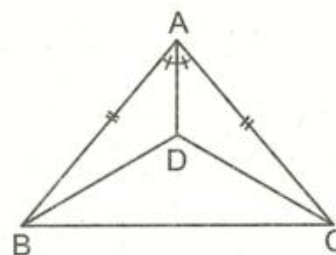
Luyện tập

39. Cho hình 39.

a) Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ACD$.

b) So sánh góc DBC và góc DCB.

40. Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi G là trọng tâm, I là điểm nằm trong tam giác và cách đều ba cạnh của tam giác đó. Chứng minh ba điểm A, G, I thẳng hàng.



Hình 39

41. Hỏi trọng tâm của một tam giác đều có cách đều ba cạnh của nó hay không? Vì sao?

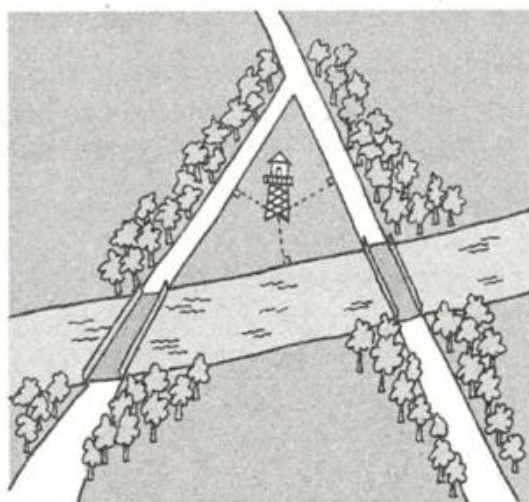
42. Chứng minh định lí: Nếu tam giác có một đường trung tuyến đồng thời là đường phân giác thì tam giác đó là một tam giác cân.

Gợi ý: Trong $\triangle ABC$, nếu AD vừa là đường trung tuyến vừa là đường phân giác thì kéo dài AD một đoạn DA_1 sao cho $DA_1 = AD$.

43. **Đố:** Có hai con đường cắt nhau và cùng cắt một con sông tại hai địa điểm khác nhau (h. 40).

Hãy tìm một địa điểm để xây dựng một đài quan sát sao cho các khoảng cách từ đó đến hai con đường và đến bờ sông bằng nhau.

Có tất cả mấy địa điểm như vậy?



Hình 40