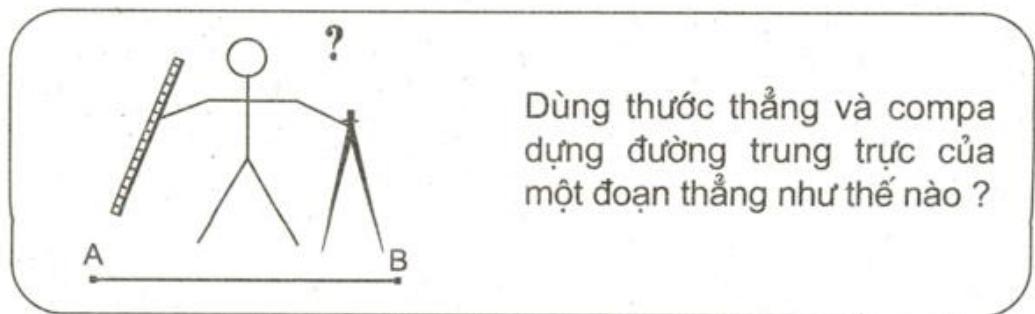
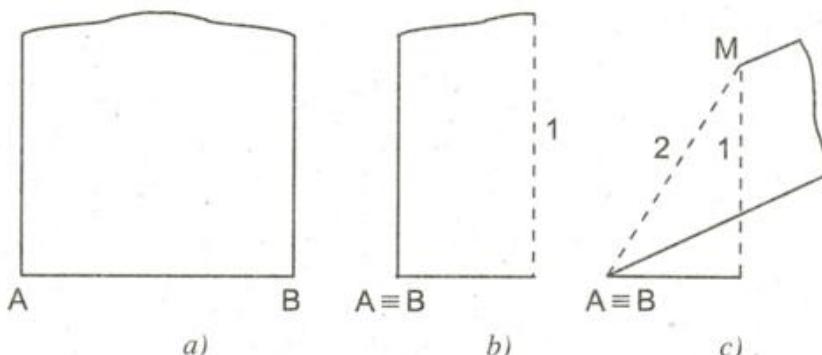


§7. Tính chất đường trung trực của một đoạn thẳng



1. Định lí về tính chất của các điểm thuộc đường trung trực

a) Thực hành



Hình 41

- Cắt một mảnh giấy, trong đó có một mép cắt là đoạn thẳng AB (h. 41a).
- Gấp mảnh giấy sao cho mút A trùng với mút B (h. 41b). Nếp gấp 1 chính là đường trung trực của đoạn thẳng AB .
- Từ một điểm M tùy ý trên nếp gấp 1, gấp đoạn thẳng MA (hay MB) được gấp 2 (h. 41c). Độ dài của nếp gấp 2 là các khoảng cách từ điểm M đến hai điểm A và B . Từ đó ta thấy $MA = MB$.

Ta có định lí sau :

b) Định lí I (định lí thuận)

Điểm nằm trên đường trung trực của một đoạn thẳng thì cách đều hai mút của đoạn thẳng đó.

Cụ thể, nếu điểm M nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB thì $MA = MB$ (Học sinh tự chứng minh).

2. Định lí đảo

Xét điểm M cách đều hai mút của đoạn thẳng AB. Hỏi điểm M có nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB hay không?

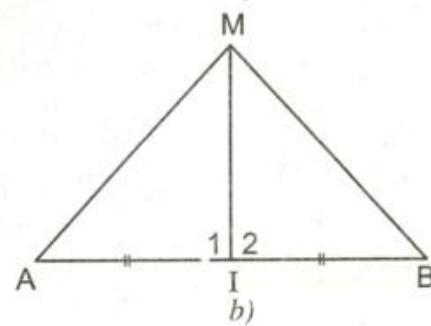
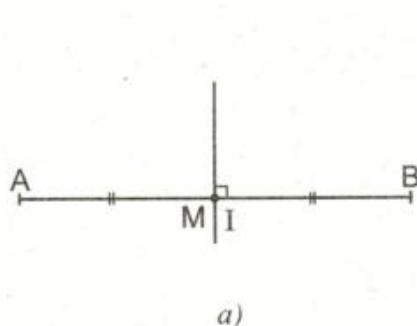
Ta có định lí :

Định lí 2 (định lí đảo)

Điểm cách đều hai mút của một đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng đó.

Cụ thể, nếu $MA = MB$ thì M nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB.

?1 Hãy viết giả thiết, kết luận của định lí.



Hình 42

Chứng minh :

Xét hai trường hợp :

- $M \in AB$ (h. 42a) : Vì $MA = MB$ nên M là trung điểm của đoạn thẳng AB, do đó M thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AB.
- $M \notin AB$ (h. 42b) : Kẻ đoạn thẳng nối M với trung điểm I của đoạn thẳng AB.

Ta có $\Delta MAI \cong \Delta MBI$ (c.c.c), suy ra $\hat{I}_1 = \hat{I}_2$. Mặt khác $\hat{I}_1 + \hat{I}_2 = 180^\circ$

nên $\hat{I}_1 = \hat{I}_2 = 90^\circ$. Vậy MI là đường trung trực của đoạn thẳng AB.

Nhận xét :

Từ định lí thuận và định lí đảo, ta có : *Tập hợp các điểm cách đều hai mút của một đoạn thẳng là đường trung trực của đoạn thẳng đó.*

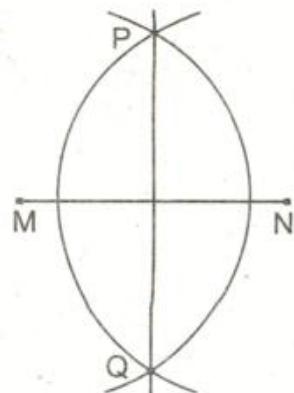
3. Ứng dụng

Ta có thể vẽ đường trung trực của đoạn thẳng MN bằng thước thẳng và compa như sau (h. 43) :

- Lấy M làm tâm vẽ cung tròn bán kính lớn hơn $\frac{1}{2}MN$, sau đó lấy N làm tâm vẽ cung tròn có cùng bán kính đó sao cho hai cung tròn này có hai điểm chung, gọi là P và Q.
- Dùng thước vẽ đường thẳng PQ, đó là đường trung trực của đoạn thẳng MN.

► **Chú ý :**

- Khi vẽ hai cung tròn trên, ta phải lấy bán kính lớn hơn $\frac{1}{2}MN$ thì hai cung tròn đó mới có hai điểm chung.
- Giao điểm của đường thẳng PQ với đường thẳng MN là trung điểm của đoạn thẳng MN nên cách vẽ trên cũng là cách dựng trung điểm của đoạn thẳng bằng thước và compa.



Hình 43

Bài tập

44. Gọi M là điểm nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB. Cho đoạn thẳng MA có độ dài 5cm. Hỏi độ dài MB bằng bao nhiêu ?
45. Chứng minh đường thẳng PQ được vẽ như trong hình 43 đúng là đường trung trực của đoạn thẳng MN.
- Gợi ý :* Sử dụng định lí 2.
46. Cho ba tam giác cân ABC, DBC, EBC có chung đáy BC. Chứng minh ba điểm A, D, E thẳng hàng.

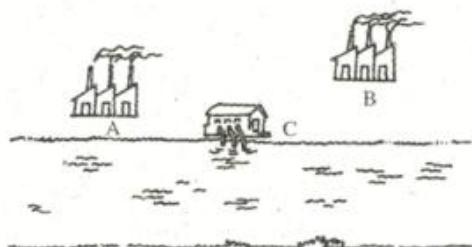
Luyện tập

47. Cho hai điểm M, N nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB. Chứng minh $\Delta AMN = \Delta BMN$.

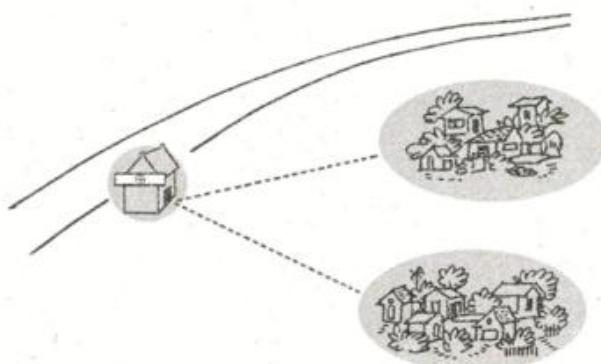
48. Hai điểm M và N cùng nằm trên một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng xy. Lấy điểm L đối xứng với M qua xy. Gọi I là một điểm của xy. Hãy so sánh IM + IN với LN.

49. Hai nhà máy được xây dựng bên cùng một bờ sông tại hai địa điểm A và B (h. 44). Hãy tìm trên bờ sông đó một địa điểm C để xây dựng trạm bơm đưa nước về cho hai nhà máy, sao cho độ dài đường ống dẫn nước là ngắn nhất.

50. Một con đường quốc lộ cách không xa hai điểm dân cư (h. 45). Hãy tìm bên đường đó một địa điểm để xây dựng một trạm y tế sao cho trạm y tế này cách đều hai điểm dân cư.



Hình 44



Hình 45

51. Cho đường thẳng d và điểm P không nằm trên d. Hình 46 minh họa cho cách dựng đường thẳng đi qua điểm P và vuông góc với đường thẳng d bằng thước và compa như sau :

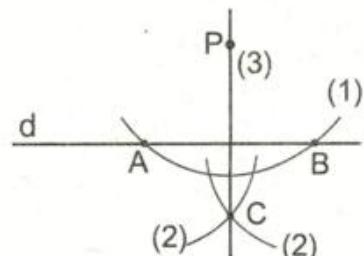
(1) Vẽ đường tròn tâm P với bán kính thích hợp sao cho nó cắt d tại hai điểm A và B.

(2) Vẽ hai đường tròn với bán kính bằng nhau có tâm tại A và B sao cho chúng cắt nhau. Gọi một giao điểm của chúng là C ($C \neq P$).

(3) Vẽ đường thẳng PC.

Em hãy chứng minh đường thẳng PC vuông góc với d.

Đố : Tìm thêm một cách dựng nữa (bằng thước và compa).



Hình 46