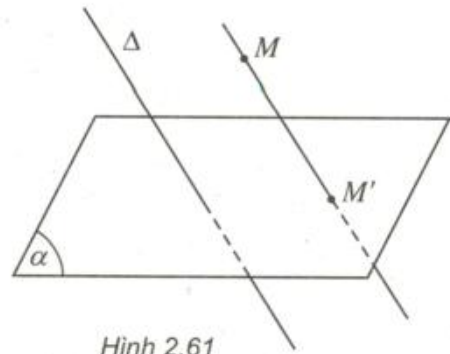


§5. PHÉP CHIẾU SONG SONG. HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH KHÔNG GIAN

I. PHÉP CHIẾU SONG SONG

Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ cắt (α) .

Với mỗi điểm M trong không gian, đường thẳng đi qua M và song song hoặc trùng với Δ sẽ cắt (α) tại điểm M' xác định. Điểm M' được gọi là *hình chiếu song song* của điểm M trên mặt phẳng (α) theo phương của đường thẳng Δ hoặc nói gọn là theo phương Δ (h.2.61).



Hình 2.61

Mặt phẳng (α) gọi là *mặt phẳng chiếu*. Phương Δ gọi là *phương chiếu*.

Phép đặt tương ứng mỗi điểm M trong không gian với hình chiếu M' của nó trên mặt phẳng (α) được gọi là *phép chiếu song song lên (α) theo phương Δ* .

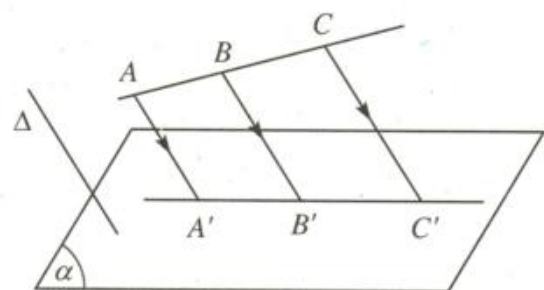
Nếu \mathcal{H} là một hình nào đó thì tập hợp \mathcal{H}' các hình chiếu M' của tất cả những điểm M thuộc \mathcal{H} được gọi là *hình chiếu của \mathcal{H} qua phép chiếu song song* nói trên.

Chú ý. Nếu một đường thẳng có phương trùng với phương chiếu thì hình chiếu của đường thẳng đó là một điểm. Sau đây ta chỉ xét các hình chiếu của những đường thẳng có phương không trùng với phương chiếu.

II. CÁC TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CHIẾU SONG SONG

Định lý 1

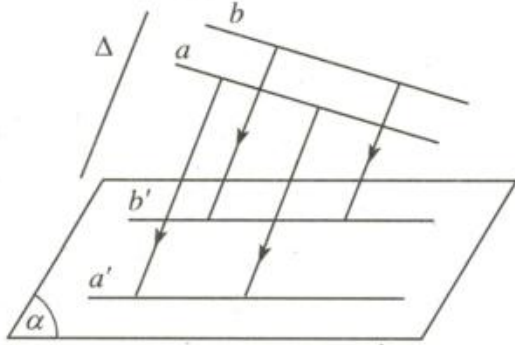
a) *Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó* (h.2.62).



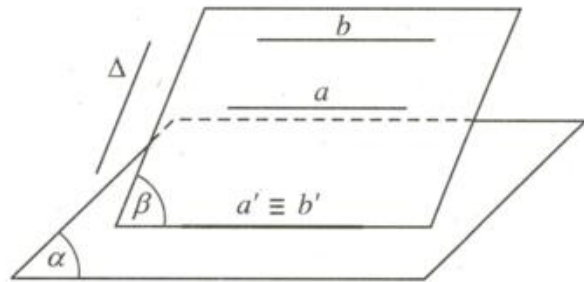
Hình 2.62

b) Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.

c) Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau (h.2.63 và h.2.64).

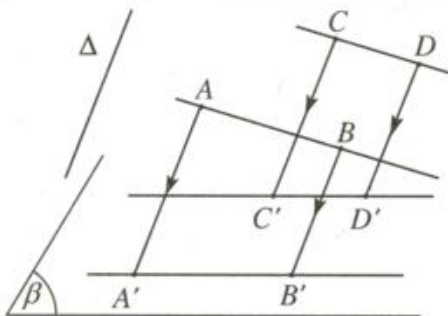


Hình 2.63



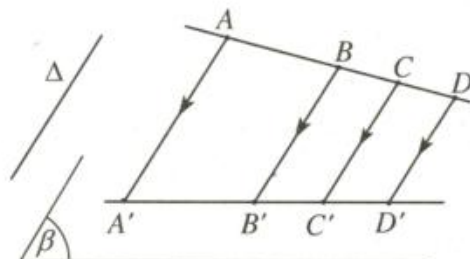
Hình 2.64

d) Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng (h.2.65 và h.2.66).



$$\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$$

Hình 2.65

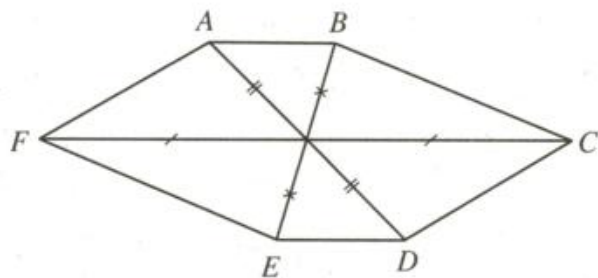


$$\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$$

Hình 2.66

1 Hình chiếu song song của một hình vuông có thể là hình bình hành được không?


2 Hình 2.67 có thể là hình chiếu song song của hình lục giác đều được không? Tại sao?

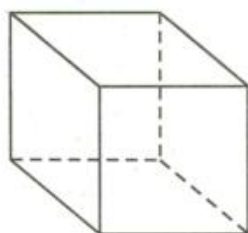


Hình 2.67

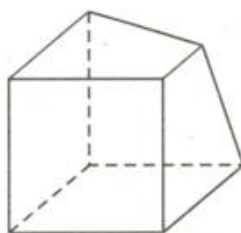
III. HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH KHÔNG GIAN TRÊN MẶT PHẪNG

Hình biểu diễn của một hình \mathcal{H} trong không gian là hình chiếu song song của hình \mathcal{H} trên một mặt phẳng theo một phương chiếu nào đó hoặc hình đồng dạng với hình chiếu đó.

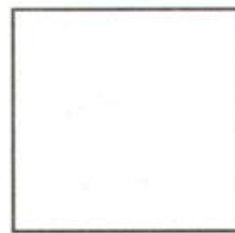
 3 Trong các hình 2.68, hình nào biểu diễn cho hình lập phương ?



a)



b)

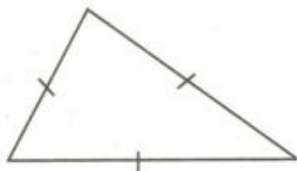


c)

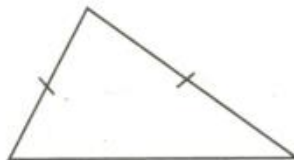
Hình 2.68

Hình biểu diễn của các hình thường gặp

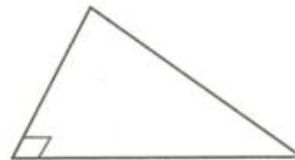
- *Tam giác.* Một tam giác bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một tam giác có dạng tùy ý cho trước (có thể là tam giác đều, tam giác cân, tam giác vuông, v.v ...) (h.2.69).



a)



b)



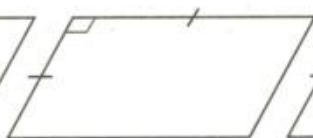
c)

Hình 2.69

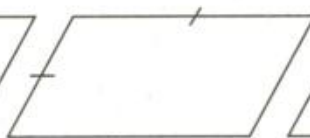
- *Hình bình hành.* Một hình bình hành bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình bình hành tùy ý cho trước (có thể là hình bình hành, hình vuông, hình thoi, hình chữ nhật ...) (h.2.70).



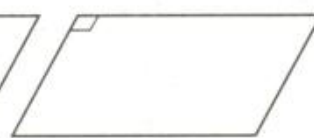
a)



b)



c)

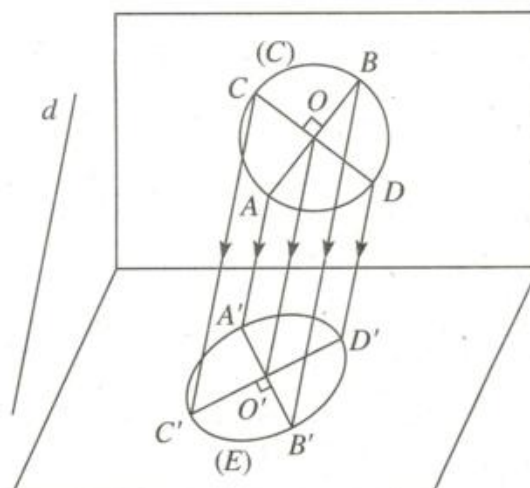


d)

Hình 2.70

• *Hình thang.* Một hình thang bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình thang tùy ý cho trước, miễn là tỉ số độ dài hai đáy của hình biểu diễn phải bằng tỉ số độ dài hai đáy của hình thang ban đầu.

• *Hình tròn.* Người ta thường dùng hình elip để biểu diễn cho hình tròn (h.2.71).

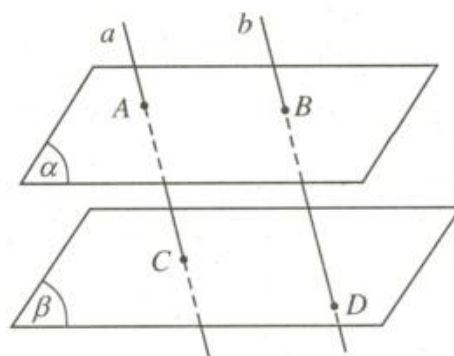


Hình 2.71

4 Các hình 2.69a, 2.69b, 2.69c là hình biểu diễn của các tam giác nào ?

5 Các hình 2.70a, 2.70b, 2.70c, 2.70d là hình biểu diễn của các hình bình hành nào (hình bình hành, hình thoi, hình vuông, hình chữ nhật) ?

6 Cho hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau. Đường thẳng a cắt (α) và (β) lần lượt tại A và C. Đường thẳng b song song với a cắt (α) và (β) lần lượt tại B và D.



Hình 2.72

Hình 2.72 minh họa nội dung nêu trên đúng hay sai ?

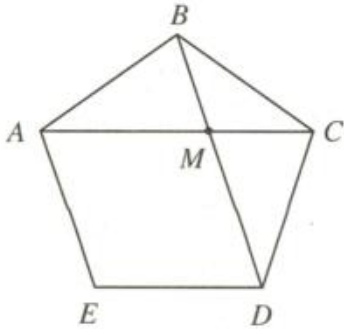


Cách biểu diễn ngũ giác đều

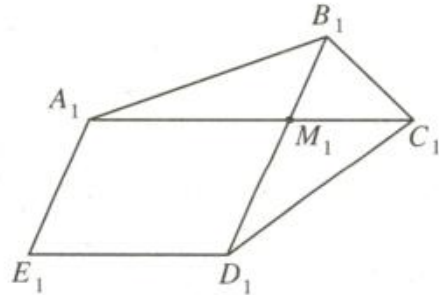
Một tam giác bất kì có thể coi là hình biểu diễn của một tam giác đều. Một hình bình hành có thể coi là hình biểu diễn của một hình vuông. Đối với ngũ giác đều, hình biểu diễn như thế nào ?

Giả sử ta có ngũ giác đều $ABCDE$ với các đường chéo AC và BD cắt nhau ở điểm M (h.2.73). Ta thấy hai tam giác ABC và BMC là đồng dạng (tam giác cân có chung góc C ở đáy).

Ta có $\frac{AC}{BC} = \frac{BC}{MC}$. (1)



Hình 2.73



Hình 2.74

Mặt khác vì tứ giác $AMDE$ là hình thoi nên $AM = AE = BC$, do đó

$$(1) \Leftrightarrow \frac{AC}{AM} = \frac{AM}{MC}$$

Đặt $AM = a$, $MC = x$, ta có

$$\frac{a+x}{a} = \frac{a}{x} \Leftrightarrow x^2 + ax - a^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{a}{2}(\sqrt{5}-1) \\ x = \frac{a}{2}(-\sqrt{5}-1) \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Suy ra $\frac{MC}{AM} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx \frac{2}{3}$ và $\frac{BM}{MD} \approx \frac{2}{3}$.

Các tỉ số này giữ nguyên trên hình biểu diễn. Để xác định hình biểu diễn, ta vẽ một hình bình hành $A_1M_1D_1E_1$ bất kì làm hình biểu diễn của hình thoi $AMDE$ (h.2.74). Sau đó kéo dài cạnh A_1M_1 một đoạn $M_1C_1 = \frac{2}{3}M_1A_1$ và kéo dài cạnh D_1M_1 thêm một đoạn $M_1B_1 = \frac{2}{3}M_1D_1$.

Nối các điểm A_1, B_1, C_1, D_1, E_1 theo thứ tự đó ta được hình biểu diễn của một ngũ giác đều.